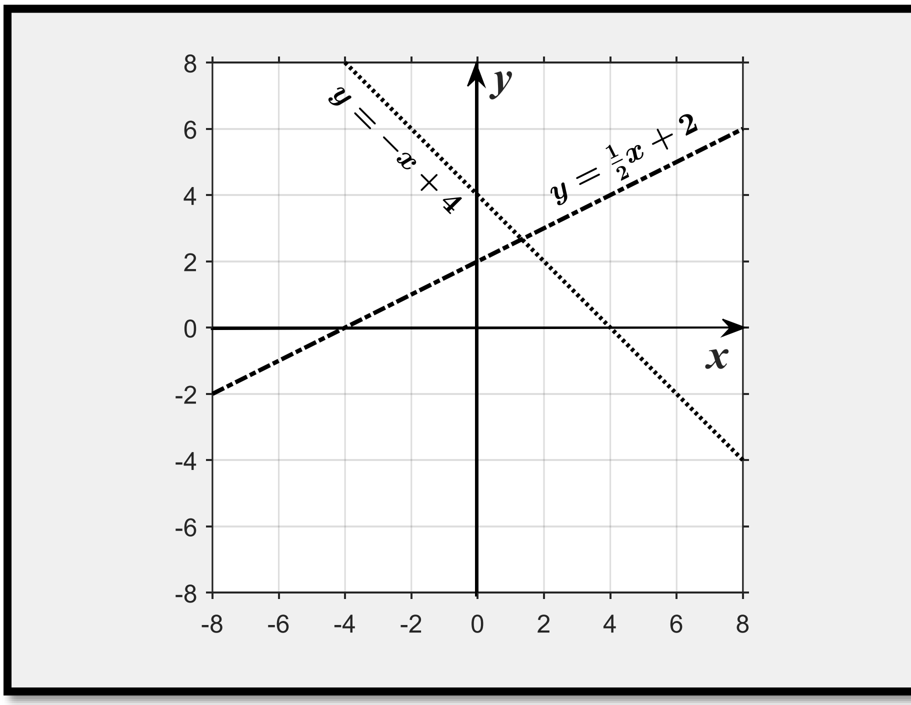
MAT-3051-2



Modélisation algébrique et graphique

Centre de formation de la Côte-de-Gaspé

Commission scolaire des Chic-Chocs

MAT-3051-2

Modélisation algébrique et graphique

Programmation des figures et mise en forme par
Jonathan Chartrand

En collaboration avec
Florianne Francoeur, Nathalie Bernier, Antoine Gauvreau-Rivière, Johanne Bernier, Michel Lacasse, Christine Landry
Louise Allard, Nicole Perreault, Lucie Martel, Steeve Colenbier

Dernière révision : 2 décembre 2022

Conçu pour une impression recto verso

Document offert en format numérique ou imprimé à l’adresse :
matfga.weebly.com

Introduction

Ce cahier a été créé pour les apprenants de la formation générale des adultes du Québec. Inspiré des préceptes de l'enseignement explicite popularisés par le professeur Clermont Gauthier (2013, 2009, 2005, 2004, 1997), il vise à compléter l'accompagnement de l'enseignant(e) en classe.

En général, un design pédagogique misant sur l'étayage (*scaffolding*) intègre les enjeux du développement des compétences en conciliant l'enseignement explicite et la *pédagogie des situations* (figure A).

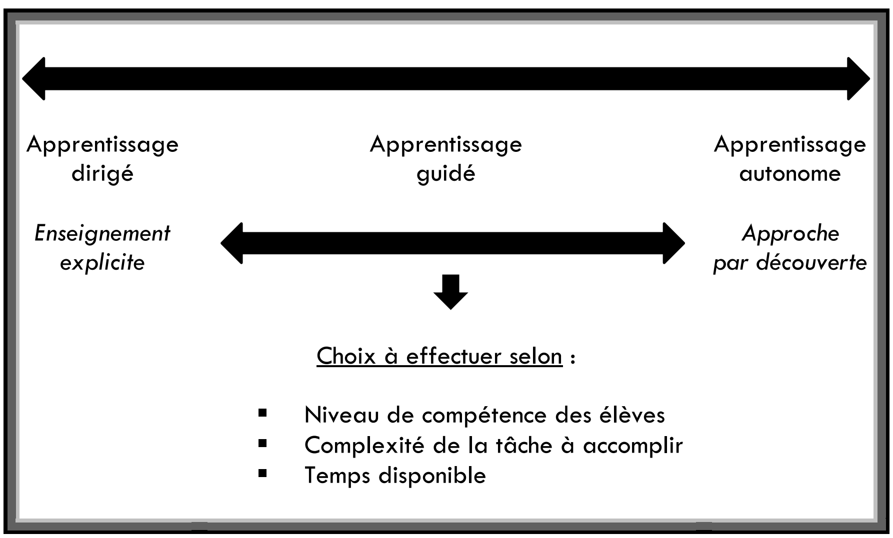


Figure A

Continuum du niveau de soutien pédagogique (*scaffolding*)

(Adapté de Gauthier et coll., 2013)

On retrouve dans les pages qui suivent plusieurs exercices respectant les savoirs prescrits du programme ministériel (Québec, 2017). L'objectif poursuivi est la maîtrise de savoirs mathématiques décontextualisés, condition nécessaire à la résolution de problèmes (mise en situation) et au développement des compétences.

Table des matières

1. RÉSOLUTION D'ÉQUATION ET D'INÉQUATION

1.1 RELATION D'INÉGALITÉ

En mathématique, voici comment *lire* les quatre sortes d'inégalité :

a est **plus petit ou égal** à b

$$a \leq b$$

a est **plus grand ou égal** à b

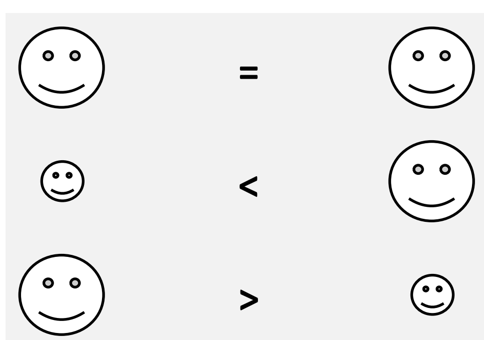
$$a \geq b$$

a est **plus petit** que b

$$a < b$$

a est **plus grand** que b

$$a > b$$



<u>EXERCICE 1</u>

Écrivez en mot votre lecture des symboles d'inégalité suivants :

a) $a < b$ ______________________________

b) $a > b$ ______________________________

c) $a \leq b$ ______________________________

d) $a \geq b$ ______________________________

Si ce n'est pas déjà fait, apprenez maintenant à utiliser le *bouton fraction* de votre calculatrice. Il s'agit de la touche de votre calculatrice représentée ci-dessous :

$$\mathbf{a}^{\mathbf{b/c}}$$

Au besoin, demander de l'aide pour apprendre à utiliser cette fonction. Elle vous sera utile pour l'ensemble de vos cours de mathématique à venir.

EXERCICE 2

Calculez et affirmez si l'inéquation suivante est VRAIE ou FAUSSE :

a) $5 + 2 > 7$ ________________

b) $15 + 27 \leq 50$ ________________

c) $22 > 7 + 19$ ________________

d) $98 - 22 > 71$ ________________

e) $532 \div 34 > 16$ ________________

f) $5 \times 2 > 7$ ________________

g) $3 + 2 \leq 5$ ________________

h) $14 + 13 < 27$ ________________

i) $1 + 2 \times 6 > 7$ ________________

j) $5(4+1) \leq 25$

k) $\frac{3}{2}+\frac{5}{3} > \frac{19}{6}$

l) $0{,}5-0{,}2 \leq 0{,}31$

m) $\frac{101}{4} \div 2 \geq \frac{101}{8}$

n) $-1 > \sqrt{8}-\pi$

1.2 RÉSOLUTION D'ÉQUATION À UNE VARIABLE

En deuxième secondaire, vous avez appris à isoler une variable dans une équation.

Voici un rappel procédural (méthode des opérations inverses pour les additions et les soustractions, puis méthode de la balance pour la division à l'avant dernière ligne) :

<u>Exemple 1</u>

Isolez x : $\boxed{-2x+1+4x = -2+3x-3}$

$$-2x+4x-3x = -2-3-1$$

$$-x = -6$$

$$\frac{\cancel{-1}x}{\cancel{-1}} = \frac{-6}{-1}$$

$$\therefore\ x = 6$$

EXEMPLE 2

$$\boxed{-2x - 4 = \frac{x}{3} + 1}$$

$$-2x - 4 = \frac{1}{3}x + 1$$

$$-2x - \frac{1}{3}x = 1 + 4$$

$$-\frac{7}{3}x = 5$$

$$\frac{\cancel{-\frac{7}{3}}x}{\cancel{-{}^{7}/_{3}}} = \frac{5}{-{}^{7}/_{3}}$$

$$\therefore\ x = -\frac{15}{7}$$

EXEMPLE 3

$$\boxed{-2(3x + 1) = \frac{1}{4}(16x - 4)}$$

$$-6x - 2 = 4x - 1$$

$$-6x - 4x = -1 + 2$$

$$-10x = 1$$

$$\frac{\cancel{-10}x}{\cancel{-10}} = \frac{1}{-10}$$

$$\therefore\ x = -\frac{1}{10}$$

Si vous ne comprenez pas bien ces trois exemples, demandez de l'aide avant de poursuivre.

EXERCICE 3

Isolez x dans les équations suivantes :

a) $5 - x = 4x + 2$	b) $\frac{2}{3}x - 4 + 2x = 3x + 1$
c) $-(2x + 3) - 3x = -x + 1$	d) $-0{,}5x - 1 = 4 - x$
e) $-x - 0{,}2x + 3{,}1 = 0{,}7x + 10{,}4$	f) $-\frac{1}{2}(-2x - 6) + 4 = -3x + \frac{1}{4}$

g) $-\frac{4}{5}(x-3)+1 = -\frac{3}{2}x-\frac{1}{8}$

h) $58+99x-\frac{5}{4}x = 2x$

i) $0,3x+4 = -3x+0,2$

j) $-(2x-1)+2x-5 = -x+4$

k) $-(3+x)-(4-x) = 2x-1$

l) $-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1}{3}(2x-5) = \frac{1}{16}$

m) $3,6x-5,2 = 2,1-1,4x$

n) $-3(20-8x)-2 = -(2-x)$

o) $14x-\frac{52}{15}x+2x=0$	p) $x+2x+3x=4x-2$
q) $-(x-4)-(3-x)=-(5-x)$	r) $0=11(x-\frac{2}{7}x-1)+\frac{2}{3}$
s) $-2(x+1)-(1-x)=0$	t) $2x-5(1-x)=x$
u) $0{,}5-0{,}2(1+0{,}2x)=\ -(1-x)$	v) $0=\ -(x+1)$

1.3 RELATION DE DÉPENDANCE ENTRE LES VARIABLES

En mathématique, lorsqu'on a deux variables dans une équation, on dit que **y est une fonction x**.

Ainsi, **x est une variable indépendante**. Autrement dit, **y dépend de x**.

EXEMPLE 1

$$\boldsymbol{y = 2x}$$

Puisque y dépend de x, vous pouvez remplacer le x de cette équation par un nombre de votre choix, afin de calculer la valeur de y.

Par exemple, si vous décidez que

$$\therefore\ x = 0$$

Vous avez alors que

$$y = 2(0)$$
$$\therefore\ y = 0$$

Autre exemple, si vous décidez que

$$\therefore\ x = -5$$

Vous avez alors que

$$y = 2(-5)$$
$$\therefore\ y = -10$$

EXEMPLE 2

$$y = 2x + 1$$

Si vous décidez que

$$\therefore\ x = -1$$

Vous avez alors que

$$y = 2(-1) + 1$$
$$y = -2 + 1$$
$$\therefore\ y = -1$$

Autre exemple, si vous décidez que

$$\therefore\ x = 2$$

Vous avez alors que

$$y = 2(2) + 1$$
$$y = 4 + 1$$
$$\therefore\ y = 5$$

Encore un autre exemple, si vous décidez que

$$\therefore\ x = 0$$

Vous avez alors que

$$y = 2(0) + 1$$
$$y = 0 + 1$$
$$\therefore\ y = 1$$

Ci-dessous, vos résultats de l'exemple 2 sont compilés dans un tableau :

x	y
-1	-1
2	5
0	1

Si vous ne comprenez pas bien l'exemple précédent, demander de l'aide avant de poursuivre

EXERCICE 4

Calculez la valeur de y si $x = 0$, si $x = 1$ et si $x = 2$. Inscrivez vos résultats dans le tableau suivant :

		$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
a)	$y = 3x - 1$			
b)	$y = -\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}$			
c)	$y = 0{,}6x - 0{,}2$			
d)	$y = -(-x + 0{,}1)$			
e)	$y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{3}{4}\right)$			
f)	$y = -x - 1$			
g)	$y = 0{,}2(x - 5)$			

EXERCICE 5

Calculer la valeur de y si $x = -2$, si $x = -1$ et si $x = 0$. Inscrivez vos résultats dans le tableau suivant :

		$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$
a)	$y = 3x - 1$			
b)	$y = -\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}$			
c)	$y = 0{,}6x - 0{,}2$			
d)	$y = -(-x + 0{,}1)$			
e)	$y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{3}{4}\right)$			
f)	$y = x - 1$			
g)	$y = -x + \frac{1}{3}$			
h)	$y = 0{,}2x - 0{,}1$			
i)	$y = -(3x + 2{,}1)$			

EXERCICE 6

Dans les équations précédentes :

a) Quelle est la variable indépendante ? ____________________

b) Quelle est la variable dépendante ? ____________________

1.4 RÉSOLUTION D'ÉQUATION À DEUX VARIABLES

Vous allez maintenant exprimer <u>y en fonction de x</u>. Autrement dit, vous allez isoler y dans une équation algébrique.

<u>EXEMPLE 1</u>

$$2x + 2y = 5 - x + y$$

$$2y - y = -x - 2x + 5$$

$$\therefore \; y = -3x + 5$$

<u>EXEMPLE 2</u>

$$10 - 4y + 3x = 0$$

$$-4y = 0 - 3x - 10$$

$$\frac{\cancel{-4}y}{\cancel{-4}} = \frac{-3x - 10}{-4}$$

$$\therefore \; y = \frac{3}{4}x + \frac{10}{4}$$

<u>EXEMPLE 3</u>

$$6{,}1 = 0{,}2x + 0{,}5y$$

$$-0{,}5y = 0{,}2x - 6{,}1$$

$$\frac{\cancel{-0{,}5}y}{\cancel{-0{,}5}} = \frac{0{,}2x - 6{,}1}{-0{,}5}$$

$$\therefore \; y = -0{,}4x + 12{,}2$$

EXERCICE 7

Exprimez y en fonction de x dans les équations suivantes (isoler y) :

a) $5x - y \ = \ 4x + 2y + 10$	b) $\frac{2}{3}y - 4 + 2x \ = \ 3x + 1$
c) $-(2x + 3) - 3x \ = \ -y + 1$	d) $-0{,}5y - 1 \ = \ 4 - x$
e) $-y - 0{,}2x + 3{,}1 = 0{,}7y + 10{,}4$	f) $-\frac{1}{2}(-2y - 6) + x \ = \ -3y + \frac{1}{4}$

g) $-\frac{4}{5}(y-3)+1 = -\frac{3}{2}x-\frac{1}{8}$

h) $58+99y-\frac{5}{4}x=2y$

i) $0{,}3x+4 = -3y+0{,}2$

j) $-(2x-1)+y-5 = -y+4$

k) $-(3+y)-(4-y)=2x-1-y$

l) $-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1}{3}(2y-5) = \frac{1}{16}$

m) $3{,}6y-5{,}2=2{,}1-1{,}4x$

n) $-3(20-8x)-2 = -(2-y)$

o) $$14x - \frac{52}{15}y + 2x = 0$$

p) $$x + 2y + 3x = 4y - 2$$

q) $$-(x-4) - (3-x) = -(5-y)$$

r) $$0 = 11(x - \frac{2}{7}y - 1) + \frac{2}{3}$$

s) $$-(x+1) - (1-y) = 0$$

t) $$2y - 5(1-x) = y$$

u) $$0{,}5 - 0{,}2(1 + 0{,}2y) = -(1-x)$$

v) $$0 = -(y+1)$$

1.5 RÉSOLUTION D'INÉQUATION

On peut exprimer y en fonction de x dans une inéquation $(<, >, \leq, \geq)$.

EXEMPLE 1

$$1 - x + y \leq 3 - 2(x + y)$$

$$1 - x + y \leq 3 - 2x - 2y$$

$$y + 2y \leq -2x + x + 3 - 1$$

$$3y \leq -x + 2$$

$$\frac{\cancel{3}y}{\cancel{3}} \leq \frac{-x + 2}{3}$$

$$\therefore\ y \leq -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

IMPORTANT : Si vous **divisez le coefficient de y par un chiffre négatif**, vous devez **inverser le symbole de l'inéquation**.

EXEMPLE 2

$$-4y - 4x > 0$$

$$-4y > 4x$$

$$\frac{\cancel{-4}y}{\cancel{-4}} > \frac{4x}{-4}$$

$$\therefore\ y < -x$$

EXEMPLE 3

$$2(x-y) \geq -(x+y)+1$$

$$2x-2y \geq -x-y+1$$

$$-2y+y \geq -x-2x+1$$

$$-y \geq -3x+1$$

$$\frac{-y}{-1} \geq \frac{-3x+1}{-1}$$

DIVISION PAR UN CHIFFRE NÉGATIF

INVERSEZ LE SYMBOLE DE L'INÉQUATION !

$$\therefore \ y \leq 3x-1$$

EXEMPLE 4

$$3x-1 < -(3y+2)+5$$

$$3x-1 < -3y-2+5$$

$$3y < -3x+3+1$$

$$3y < -3x+4$$

$$\frac{3y}{3} < \frac{-3x+4}{3}$$

$$\therefore \ y < -x+\frac{4}{3}$$

EXERCICE 8

Exprimez y en fonction de x dans les inéquations suivantes (isolez y) :

a) $x - y \leq 2x + 3y - 1$	b) $-\frac{1}{6}y - 2 + x \geq -4x + 3$
c) $-(3x + 1) + 2x > -2y + 5$	d) $-0{,}2y - 3 < 1 - 2x$
e) $-2y - 0{,}1x + 1{,}1 \leq 0{,}2y + 7{,}3$	f) $-\frac{3}{4}(-y - 4) + x \geq -\frac{1}{4}y + 5$

g) $-\frac{1}{5}(2y-1)+2 > -\frac{5}{2}x-\frac{2}{9}$

h) $42+97y-\frac{6}{5}x < 3y$

i) $0{,}4x+2 \leq -y+0{,}3$

j) $-(x-2)+y-1 \geq -y+3$

k) $-(1+y)-(2-y) > 3x-4$

l) $-\frac{1}{3}(3x-1)+\frac{1}{2}(y-2) < \frac{1}{5}$

m) $6{,}3y-1{,}2 \leq 4{,}3-1{,}5x$

n) $-2(10-4x)-1 \geq -(1-y)$

o) $7x - \frac{26}{7}y + 1x > 0$

p) $-x + y + 2x < -y - 1$

q) $-(x - 2) - (1 - x) \leq -(3 - y)$

r) $0 \geq 12(x - \frac{1}{7}y - 4) + \frac{2}{9}$

s) $-(x + 2) - (3 - y) < 0$

t) $3y - 4(2 - x) > y$

u) $0{,}2 - 0{,}1(3 + 0{,}5y) \leq -(2 - x)$

v) $0 \geq -(2y + 5)$

2. FONCTION AFFINE

Une équation représentée par une droite est une fonction affine.

La forme générale d'une fonction affine est :

$$\boxed{\boldsymbol{y = ax + b}}$$

EXEMPLE

Si $a = -1$ et $b = 1$, la fonction suivante exprime y en fonction de x :

$$y = -x + 1$$

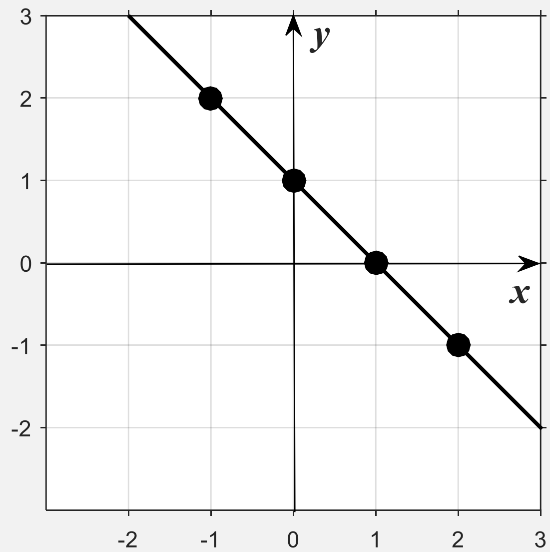
Calculons quatre résultats possibles de cette équation :

Si $\therefore\ x = 1$ Alors $y = -(1) + 1$ $y = -1 + 1$ $\therefore\ y = 0$	Si $\therefore\ x = 0$ Alors $y = -(0) + 1$ $y = 0 + 1$ $\therefore\ y = 1$
Si $\therefore\ x = -1$ Alors $y = -(-1) + 1$ $y = 1 + 1$ $\therefore\ y = 2$	Si $\therefore\ x = 2$ Alors $y = -(2) + 1$ $y = -2 + 1$ $\therefore\ y = -1$

Vos quatre résultats sont compilés dans la table des valeurs ci-dessous :

x	y
1	0
0	1
-1	2
2	-1

Graphiquement, ceci correspond à cette droite :



Si vous ne comprenez pas bien l'exemple précédent, demander de l'aide avant de poursuivre.

EXERCICE 9

a) Combien faut-il de points pour tracer une droite ? ______________

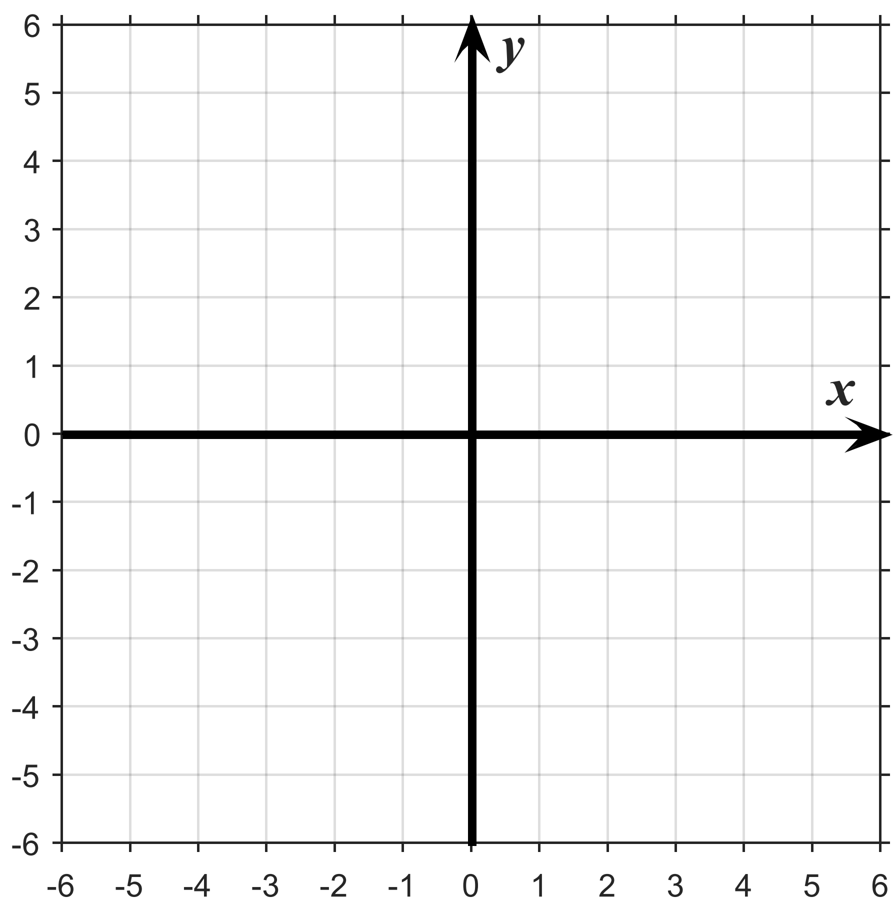
b) Combien y a-t-il de points sur une droite ? ______________

2.1 NUAGE DE POINTS

EXERCICE 10

Placez les points (x, y) dans le plan cartésien suivant :

x	y
-6	-3
0	5
1	-4
-5	-1
3	4
-1	-6
2	0
-2	1
6	-5
0	0
-3	3
5	-1
-4	2
-1	-2
4	6



EXERCICE 11

(1) Exprimez $\boldsymbol{y}$ en fonction de $\boldsymbol{x}$

(2) Construisez une table des valeurs (choisissez x précautionneusement)

(3) Déterminez les paramètres a et b

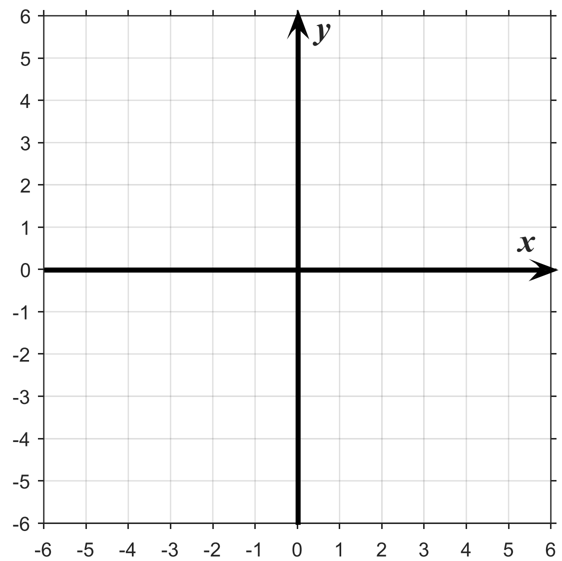
(3) Tracez la droite

a) $-y \ = \ 4x + 1$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$

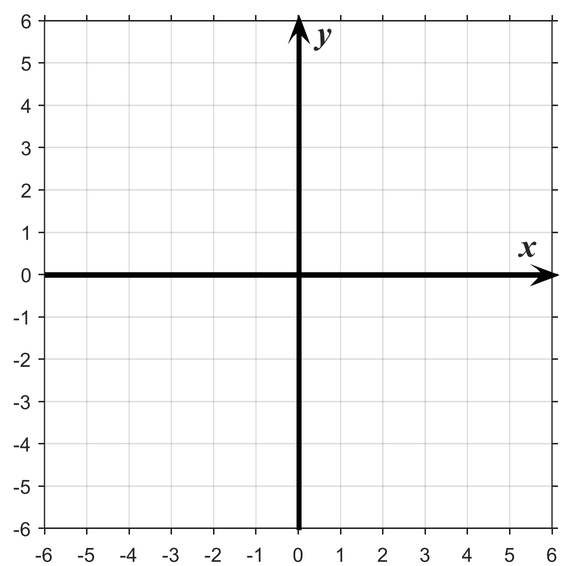


b) $-x \ = \ 2(y - 2)$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$

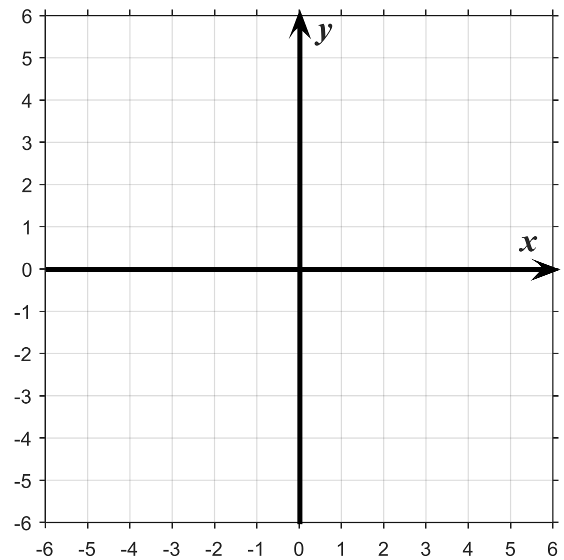


c) $2x - y = -3 + (x + 1)$

x	y

$a =$

$b =$

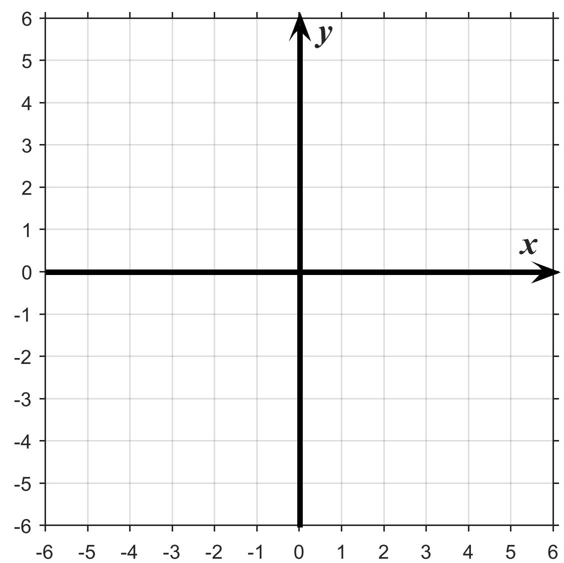


d) $\frac{2}{3}y + x = \frac{1}{2}(3 - x)$

x	y

$a =$

$b =$

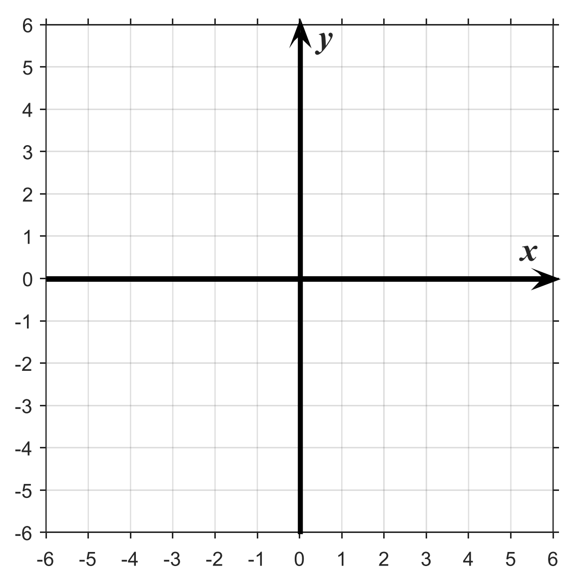


e) $y = 0{,}5(x - 2)$

x	y

$a =$

$b =$

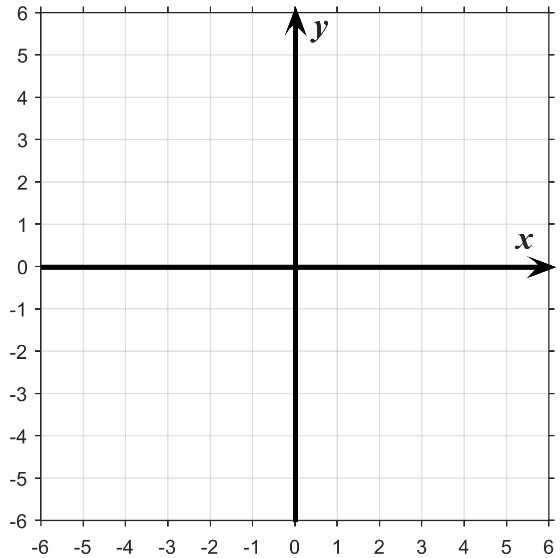


f) $-5{,}1x = 0{,}2(y - 3{,}3)$

x	y

$a =$

$b =$

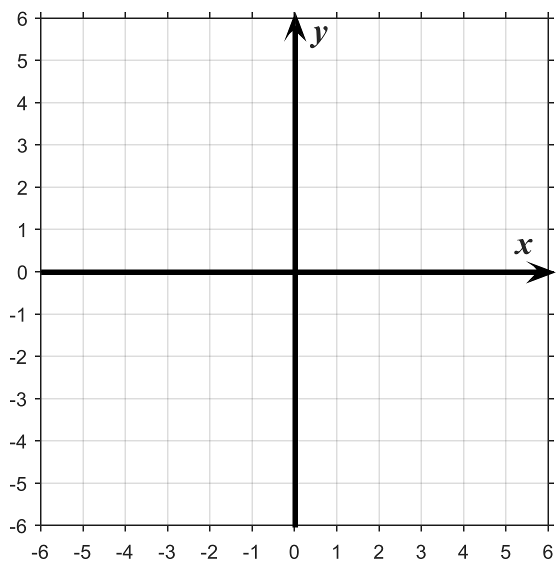


g) $\dfrac{2}{3}x = \dfrac{1}{2}(y - 2)$

x	y

$a =$

$b =$

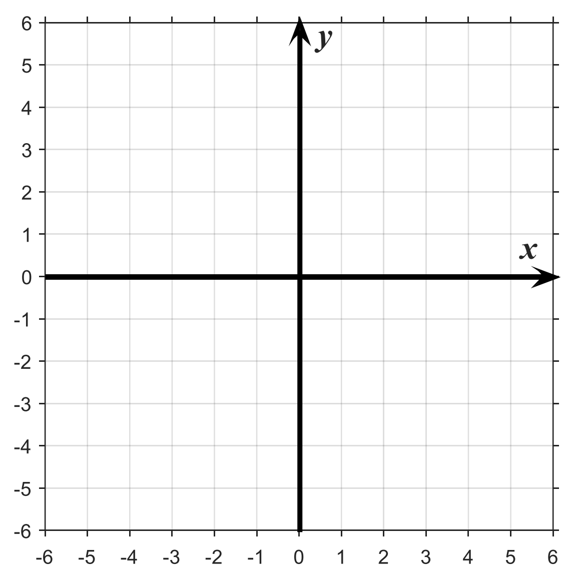


h) $-x = 2(y - 2)$

x	y

$a =$

$b =$

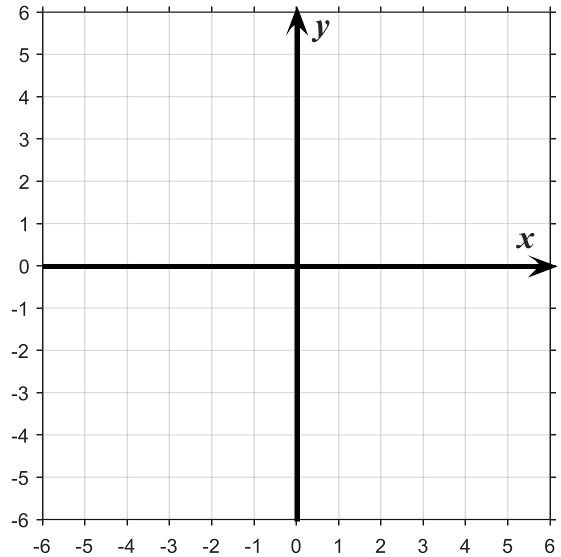


i) $x + y - 1 = 2x + 2y - 2$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$

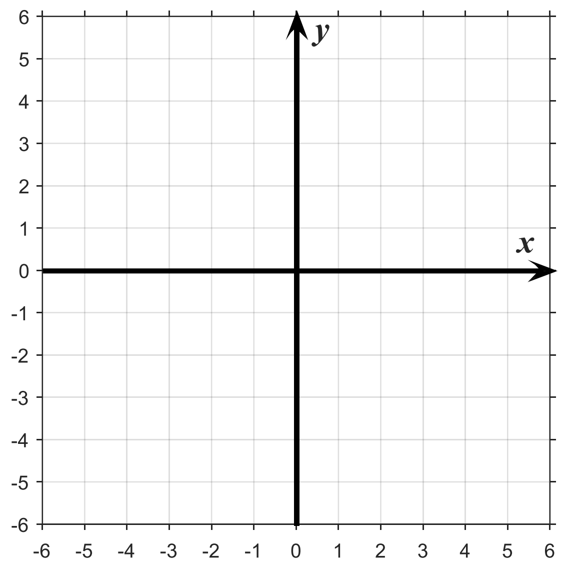


j) $-(x - y) + (x + y) = -x + 1$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$

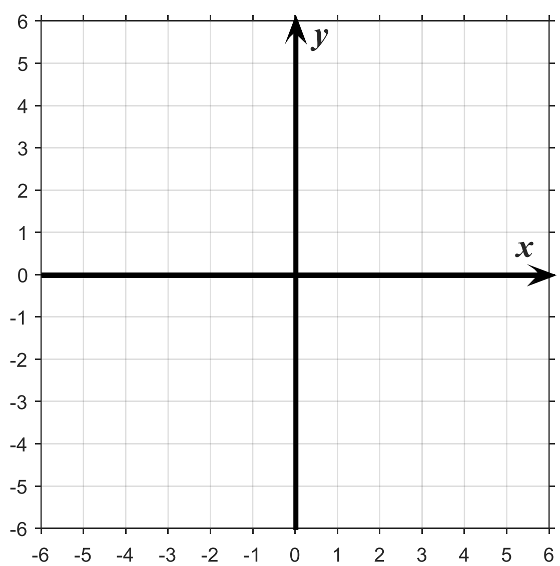


k) $3(x - y) + 2 = (x + y) - 4$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$



2.2 DROITE PASSANT PAR L'ORIGINE

Une droite qui passe par l'origine, c'est-à-dire la coordonnée (0, 0), est une droite dont le paramètre $b = 0$. L'équation générale devient alors :

$$\boxed{\boldsymbol{y = ax}}$$

EXEMPLE

Si $a = -1$ et $b = 0$, la fonction suivante exprime y en fonction de x :

$$y = -x$$

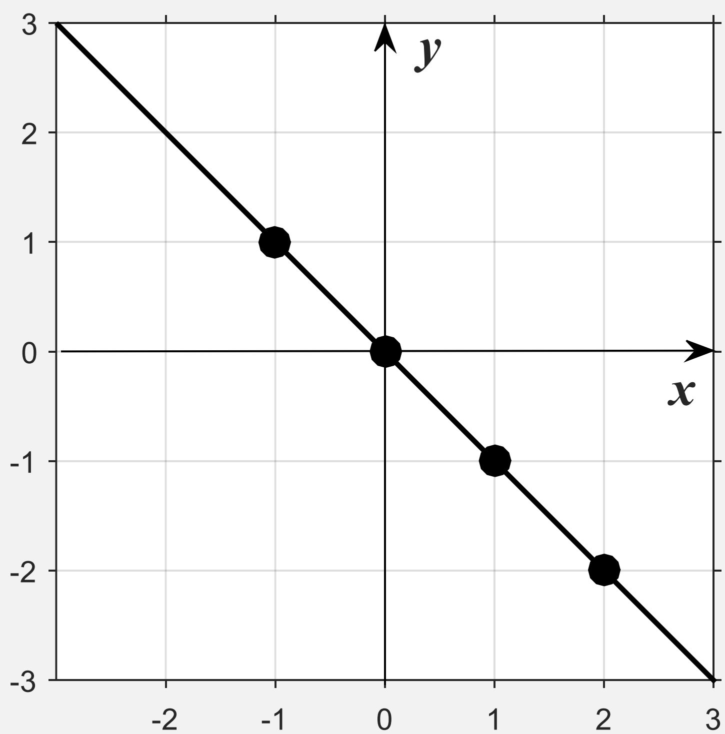
Calculons quatre résultats possibles de cette équation :

Si $\therefore\ x = 1$ Alors $y = -(1)$ $\therefore\ y = -1$	Si $\therefore\ x = 0$ Alors $y = -(0)$ $\therefore\ y = 0$
Si $\therefore\ x = -1$ Alors $y = -(-1)$ $\therefore\ y = 1$	Si $\therefore\ x = 2$ Alors $y = -(2)$ $\therefore\ y = -2$

Vos quatre résultats sont compilés dans la table des valeurs ci-dessous :

x	y
1	-1
0	0
-1	1
2	-2

Graphiquement, ceci correspond à cette droite :



EXERCICE 12

a) Quelle est la coordonnée (x, y) de l'origine du plan cartésien ? ________

b) Une droite passe par l'origine. Quelle est la valeur du paramètre b ? ________

EXERCICE 13

(1) Exprimez $\boldsymbol{y}$ en fonction de $\boldsymbol{x}$

(2) Construisez une table des valeurs (choisissez x précautionneusement)

(3) Déterminez les paramètres a et b

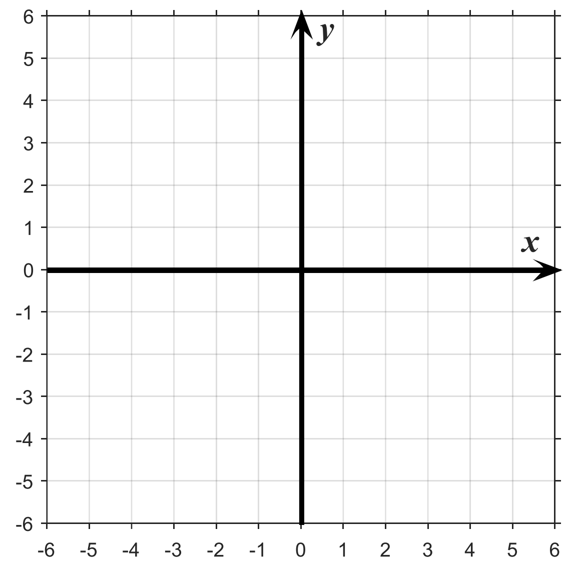
(4) Tracez la droite

a) $-y = -x$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$

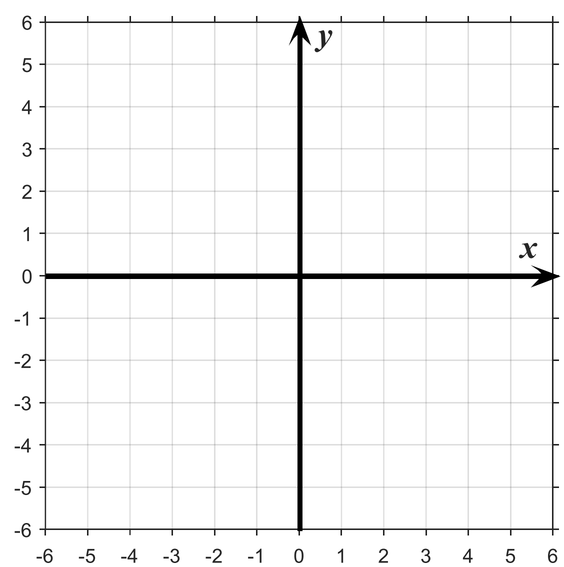


b) $-x - 4 = 2(y - 2)$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{a} =$

$\boldsymbol{b} =$

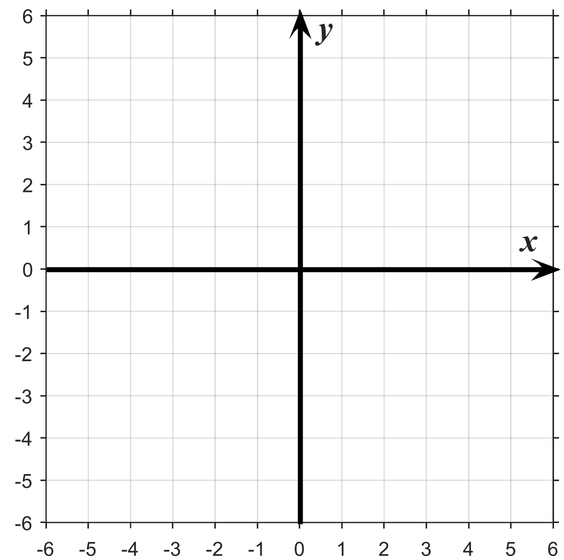


c) $x + y = 0$

x	y

$a =$

$b =$

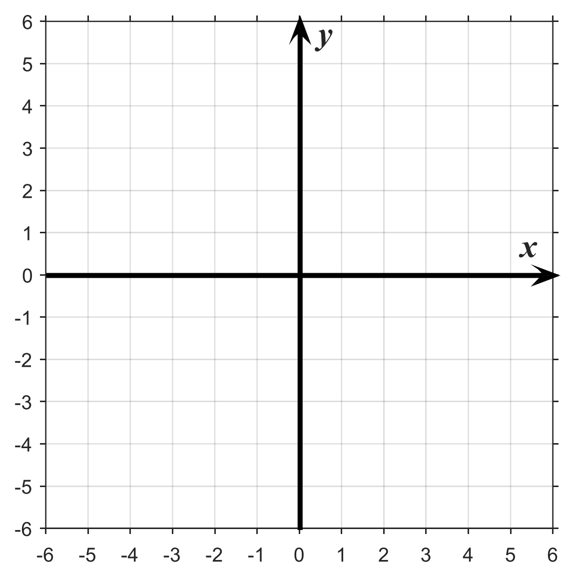


d) $y - 1 = 0{,}5(x - 2)$

x	y

$a =$

$b =$

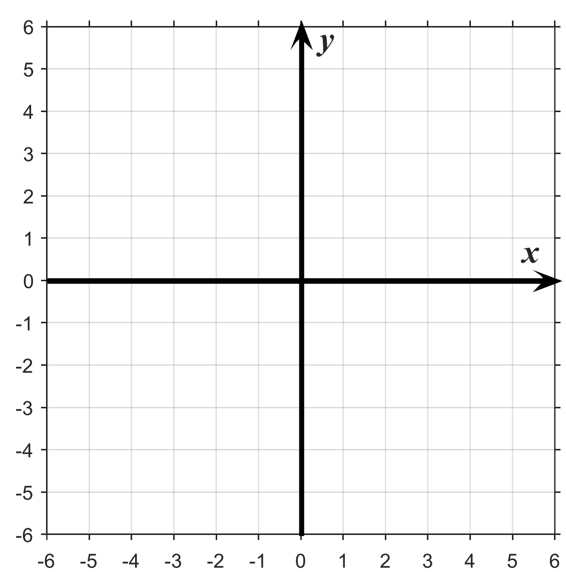


e) $4x - 2 = y - 2$

x	y

$a =$

$b =$

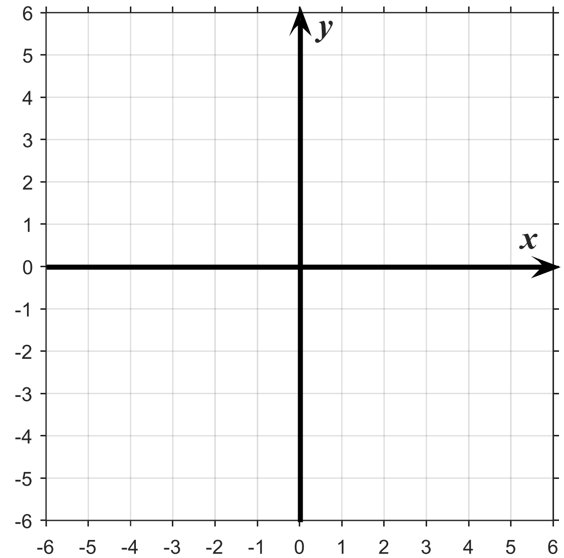


f) $y + 10 = \frac{5}{2}(x + 4)$

x	y

$a =$

$b =$

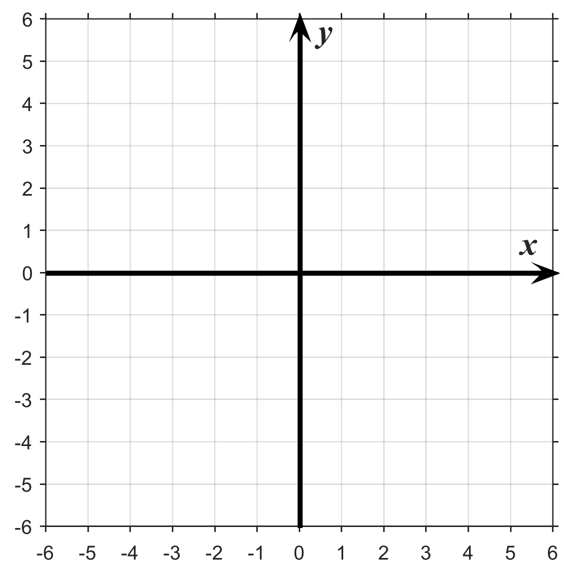


g) $\frac{2}{3}(x - 1) = \frac{1}{3}(y - 2)$

x	y

$a =$

$b =$

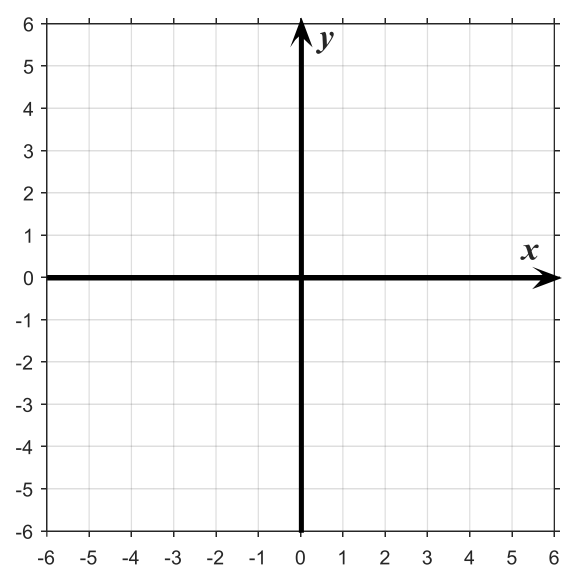


h) $-y - x = 2(y + x)$

x	y

$a =$

$b =$

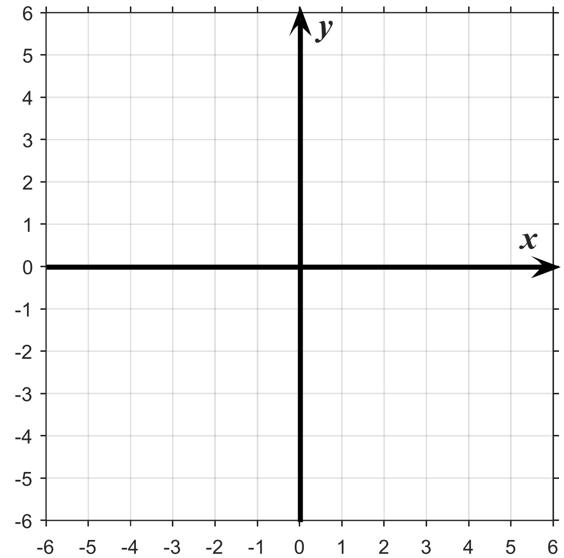


i) $2x - y + 1 = \frac{1}{2}(y + x + 2)$

x	y

$a =$

$b =$

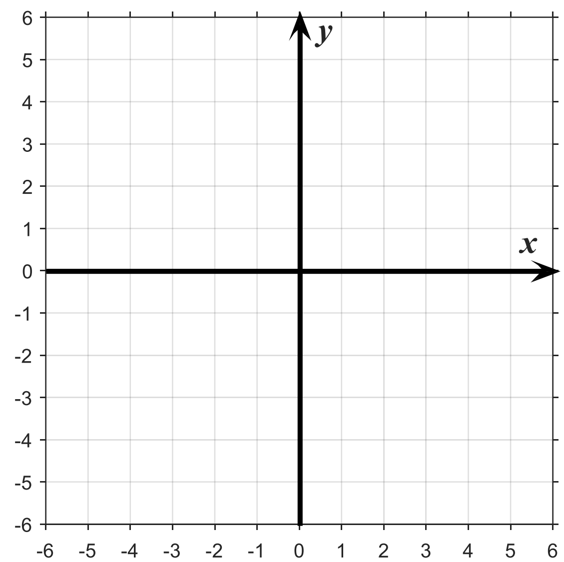


j) $15(x - y) + y = \frac{3}{5}(x + y)$

x	y

$a =$

$b =$

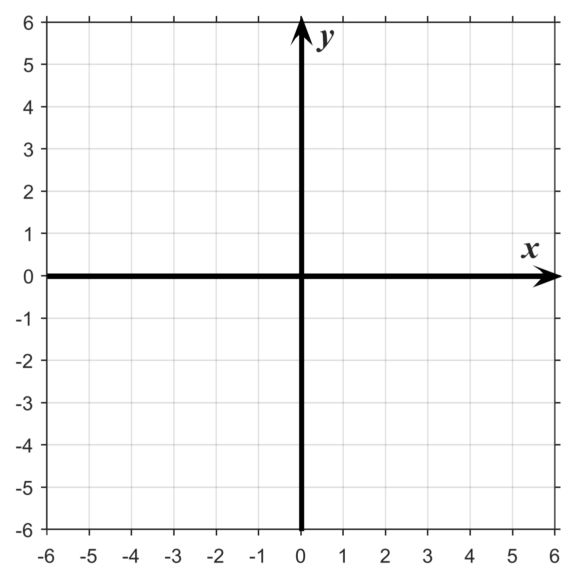


k) $y + 2(x + 1) = 2 - x - y$

x	y

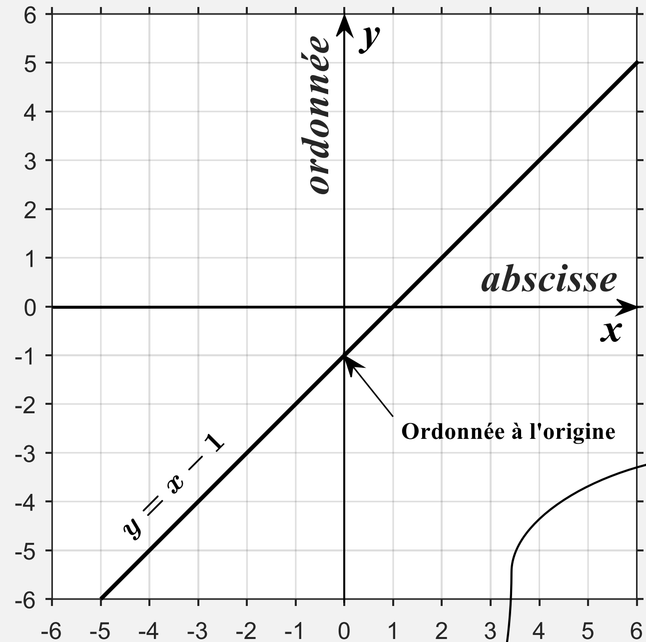
$a =$

$b =$



2.3 PENTE ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

❖ <u>L'axe des y</u> se nomme ORDONNÉE ; l'<u>axe des x</u> se nomme ABSCISSE.



a = Pente

b = Ordonnée à l'origine

❖ L'équation générale d'une droite est $\boxed{\boldsymbol{y = ax + b}}$

❖ ORDONNÉE À L'ORIGINE est le nom du paramètre b. C'est la valeur de y lorsque $x = 0$. Autrement dit, c'est la valeur de y à l'endroit où la droite croise l'axe des y (c'est-à-dire l'ordonnée).

❖ PENTE est le nom du paramètre a.

<u>EXERCICE 14</u>

La droite d'équation $y = x - 1$ est représentée graphiquement ci-dessus.

a) Quelle est la valeur de la pente de cette droite ? _____

b) Quelle est la valeur de l'ordonnée à l'origine ? _____

EXERCICE 15

a) Quel est le nom de l'axe des x ? ____________________

b) Quel est le nom de l'axe des y ? ____________________

EXERCICE 16

Dans l'équation générale d'une droite $y = ax + b$

a) Quel est le nom du paramètre a ? ____________________

b) Quel est le nom du paramètre b ? ____________________

c) Quelle est la valeur de y lorsque $x = 0$? ____________________

2.4 DROITE HORIZONTALE

La forme générale d'une <u>droite horizontale</u> est :

$$\boxed{y = \text{une constante}}$$

Une constante est un nombre (il n'y a pas de x).

<u>EXEMPLE 1</u>

$$y = 2$$

C'est-à-dire que y est une constante égale à 2.

EXEMPLE 2

Tracez la droite de l'équation suivante :

$$-2y - 1 = 8 + y$$

(1) On remarque qu'il n'y a pas de x. Puisque cette fonction ne dépend pas de x, on sait que $y = \text{une constante.}$

(2) On isole y :

$$-2y - y = 8 + 1$$

$$-3y = 9$$

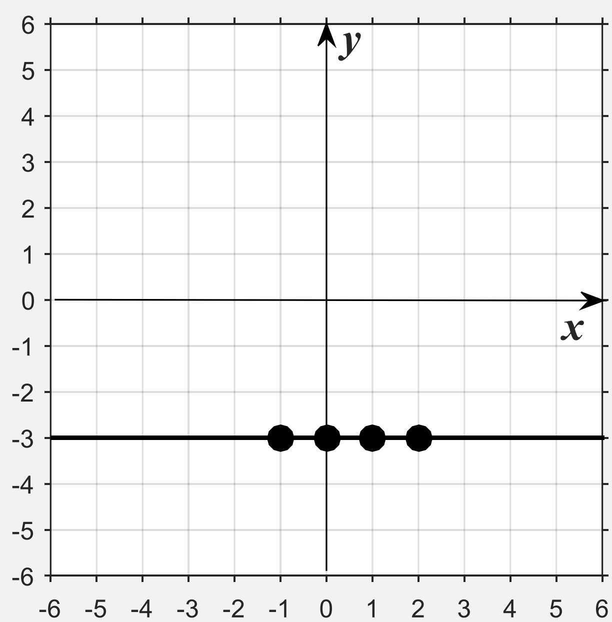
$$\frac{\cancel{-3}y}{\cancel{-3}} = \frac{9}{-3}$$

$$\therefore \; y = -3$$

y est constant. Il est toujours égal à -3 indépendamment de la valeur de x

(3) On construit une table des valeurs, sachant que $y = -3$, peu importe (indépendamment de) la valeur de x, puis on trace la droite.

x	y
-1	-3
0	-3
1	-3
2	-3



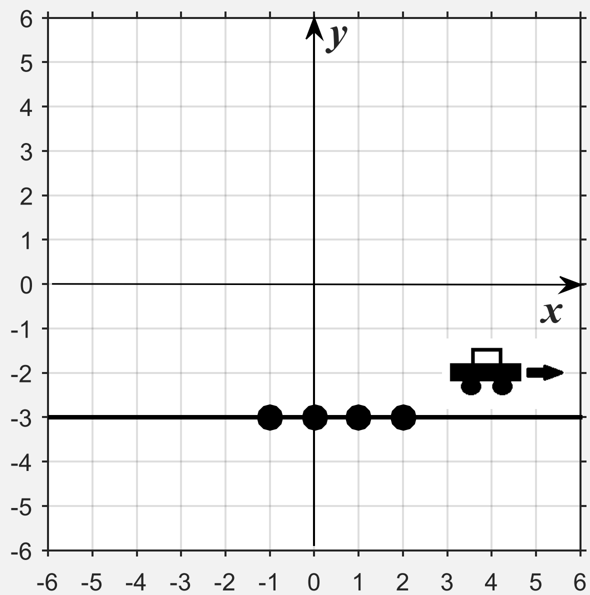
Dans l'exemple précédant,

$$\boxed{y = \text{une constante}}$$

On remarque qu'il s'agit d'une droite horizontale.

La pente d'une droite horizontale est NULLE.

Pour s'en souvenir, imaginez une voiture se déplaçant sur la droite (la voiture n'a pas de difficulté à avancer, car la pente est nulle).



Si la pente est nulle, c'est dire que $a = 0$

EXERCICE 17

a) Dans $y = ax + b$, quelle est la valeur de a si la pente est nulle ? ___________

b) Si $x = 1$ et que la pente est nulle, quelle est la valeur de b dans $y = ax + b$? ___________

EXERCICE 18

(1) Isolez $\boldsymbol{y}$

(2) Construisez une table des valeurs

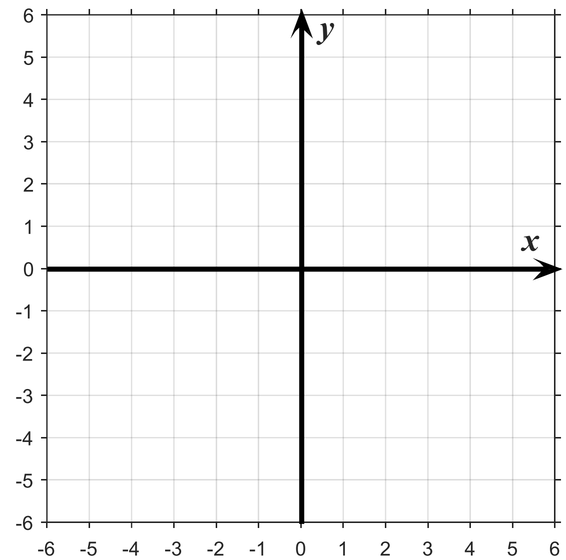
(3) Déterminez le paramètres a

(4) Tracez la droite

a) $-y = -5$

x	y

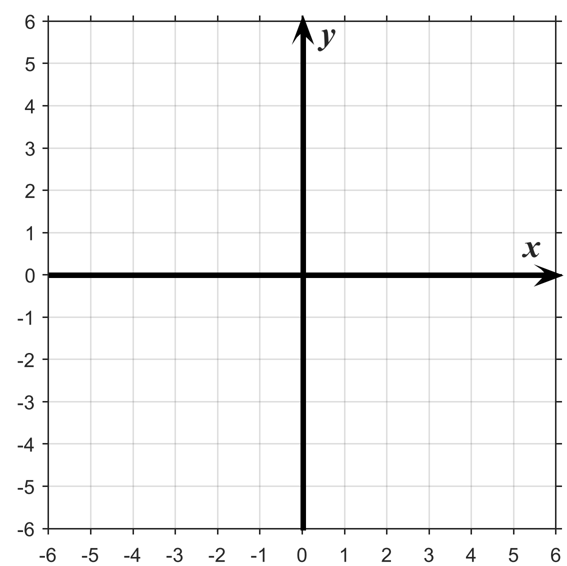
$\boldsymbol{a} =$



b) $-(y+1) = 2(y-1)$

x	y

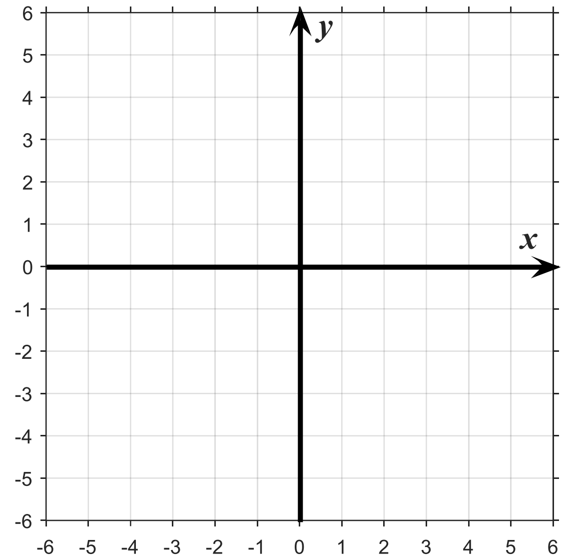
$\boldsymbol{a} =$



c) $2(-1 + y) = 0$

x	y

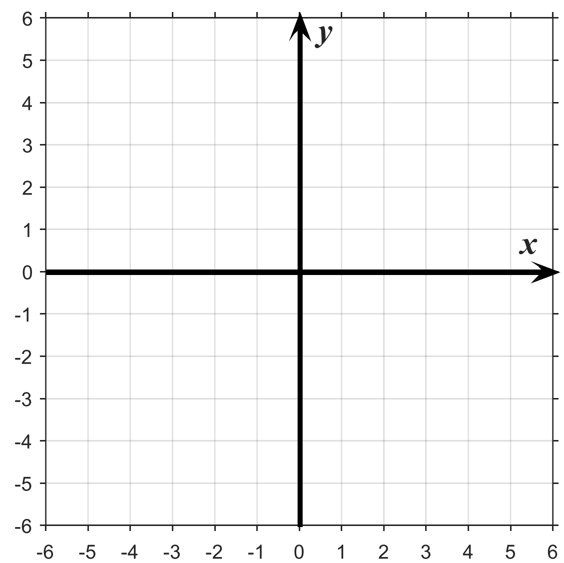
$a =$



d) $-0{,}5y - 6 = 0{,}5(y - 2)$

x	y

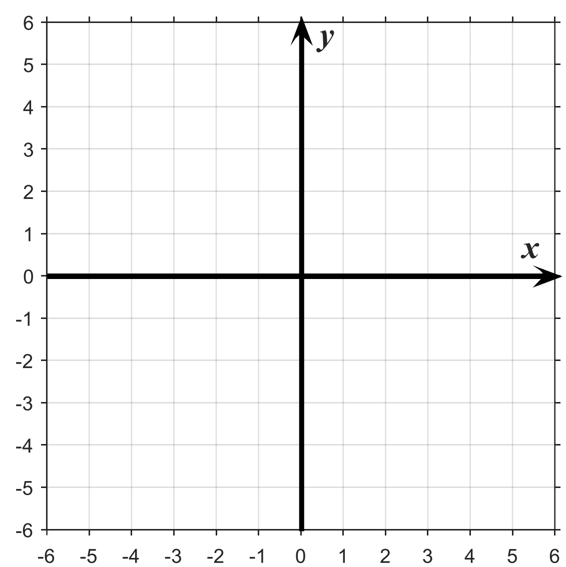
$a =$



e) $0 = \frac{1}{2}(y - 2)$

x	y

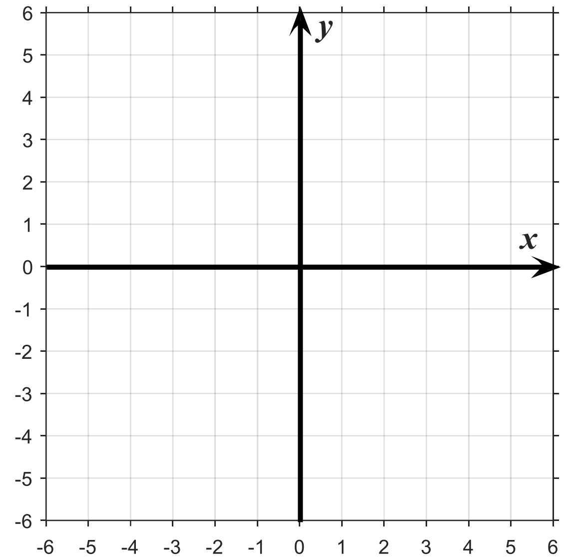
$a =$



f) $-0{,}5y = 2(y-1)$

x	y

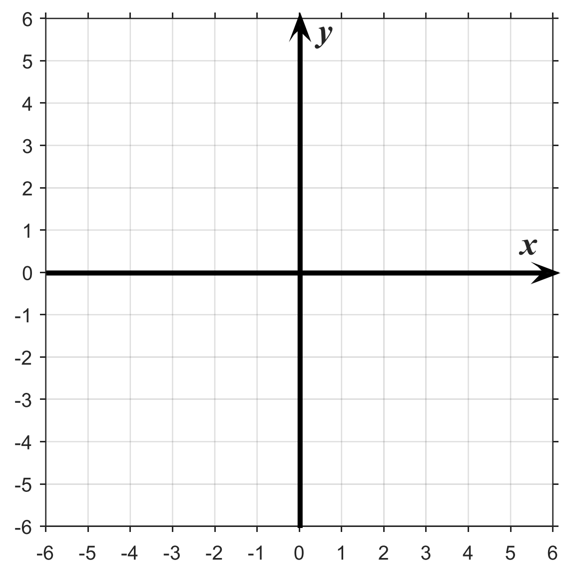
$a =$



g) $\frac{2}{3}(y-1) = \frac{1}{3}(y-3)$

x	y

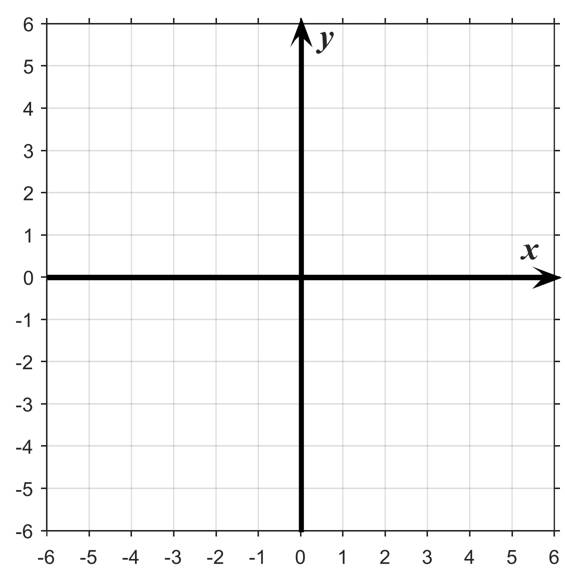
$a =$



h) $y = 2(y - \frac{3}{2})$

x	y

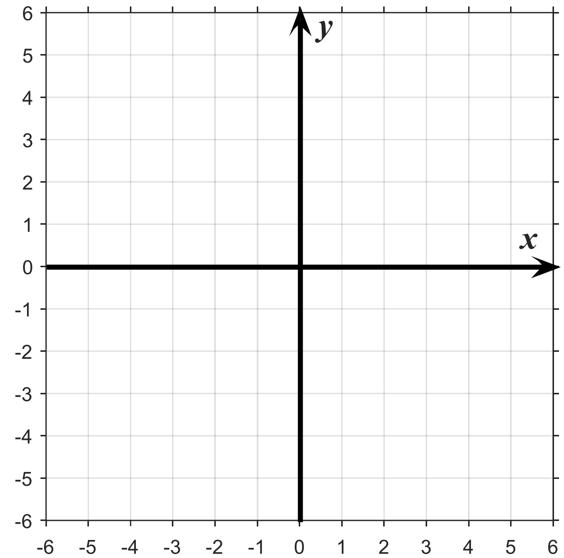
$a =$



i) $$2y + 3 = \frac{1}{2}(y - 1)$$

x	y

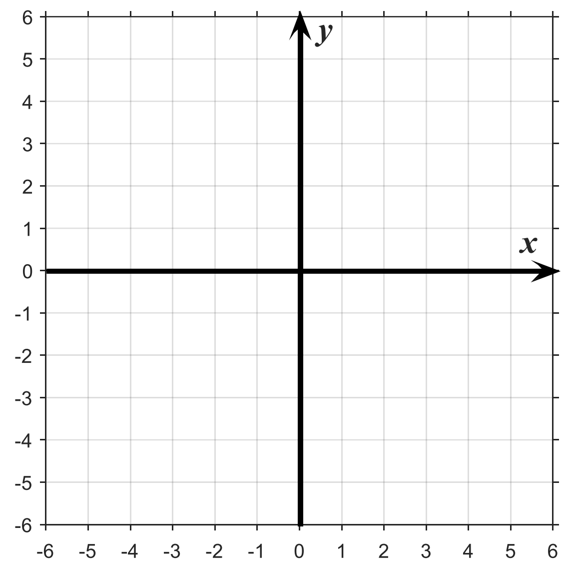
$a =$



j) $$5(1 - y + x) + y = \frac{3}{5}y + 5x$$

x	y

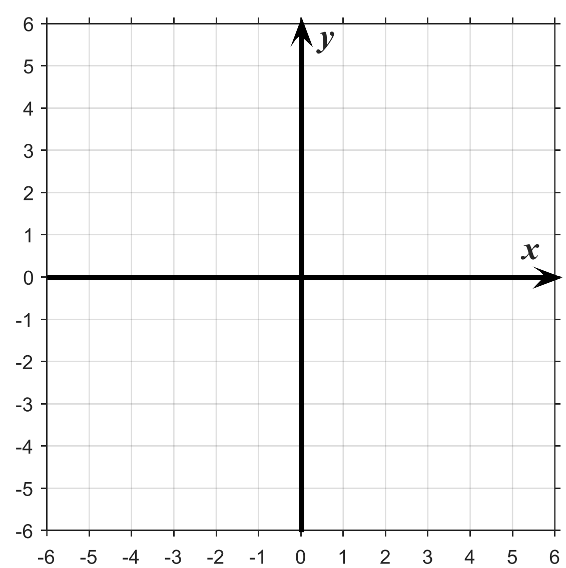
$a =$



k) $$y + 2(y + x) = 2x + 3 - y$$

x	y

$a =$



2.5 DROITE VERTICALE

La forme générale d'une <u>droite verticale</u> est :

$$\boxed{x = \text{une constante}}$$

Une constante est un nombre (il n'y a pas de y).

<u>EXEMPLE 1</u>

$$x = 6$$

C'est-à-dire que x est une constante égale à 6.

<u>EXEMPLE 2</u>

Tracez la droite de l'équation suivante :

$$-2x - 1 = 8 + x$$

(1) On remarque qu'il n'y a pas de y. Puisque cette fonction ne dépend pas de y, on sait que $x = \text{une constante}$.

(2) On isole x :

$$-2x - x = 8 + 1$$

$$-3x = 9$$

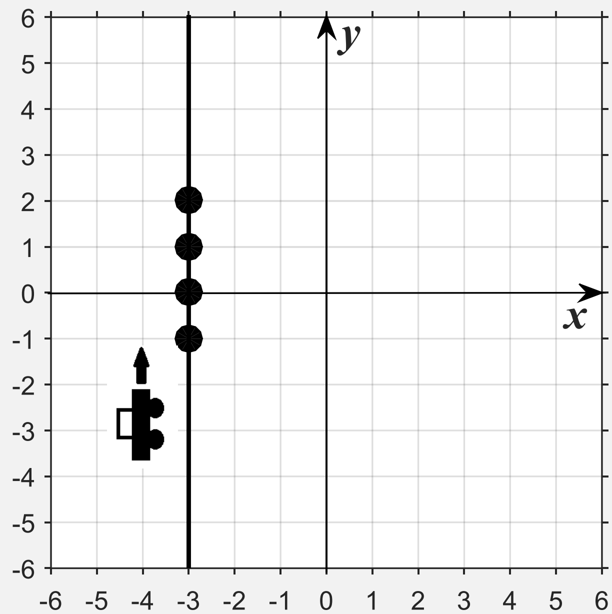
$$\frac{\cancel{-3}x}{\cancel{-3}} = \frac{9}{-3}$$

$$\therefore\ x = -3$$

x est constant. Il est toujours égal à -3 indépendamment de la valeur de y

(3) On construit une table des valeurs, sachant que $x = -3$, peu importe (indépendamment de) la valeur de y, puis on trace la droite.

x	y
-3	-1
-3	0
-3	1
-3	2



Dans l'exemple précédent,

$$\boxed{x = \text{une constante}}$$

On remarque qu'il s'agit d'une droite verticale.

La <u>pente d'une droite verticale N'EXISTE PAS (∄)</u>.

Pour vous en souvenir, imaginez une voiture se déplaçant sur la droite (il est impossible d'avancer pour la voiture, car la pente n'existe pas).

EXERCICE 19

a) Dans $y = ax + b$, quelle est la valeur de a si la pente n'existe pas ? ________

b) Si $x = 1$ (la pente n'existe pas) quelle est la valeur de b (ordonnée à l'origine) ? ________

Exercice 20

(1) Isolez x

(2) Construisez une table des valeurs

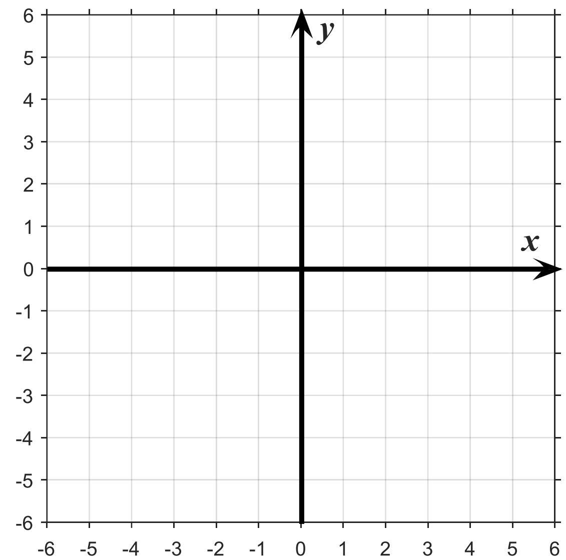
(3) Déterminez le paramètres a

(4) Tracez la droite

a) $-x = -2$

x	y

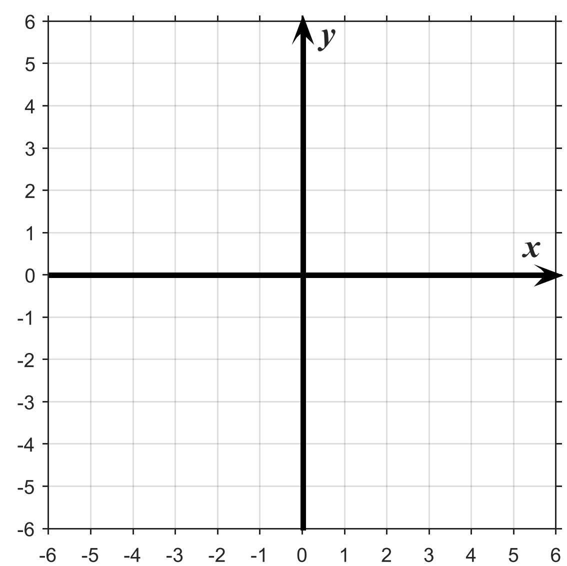
$a =$



b) $-(3x + 2) = -(x - 2)$

x	y

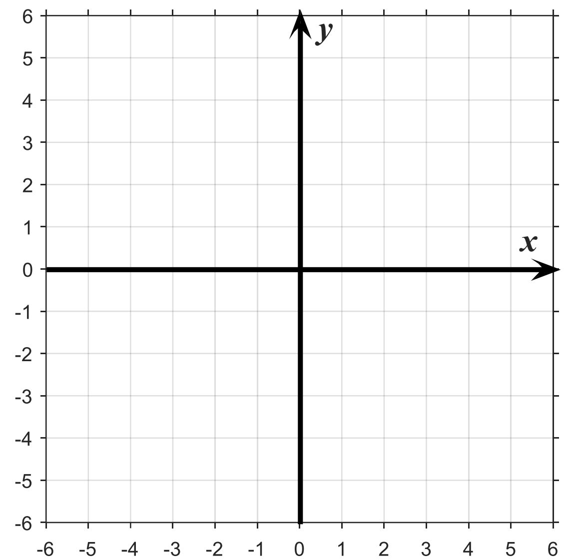
$a =$



c) $0{,}2(-1 + x) = 0$

x	y

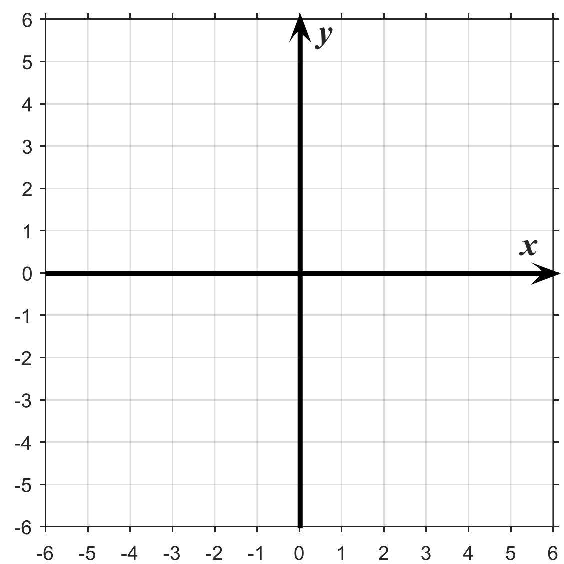
$a =$



d) $x - 4 = 3(x + 2)$

x	y

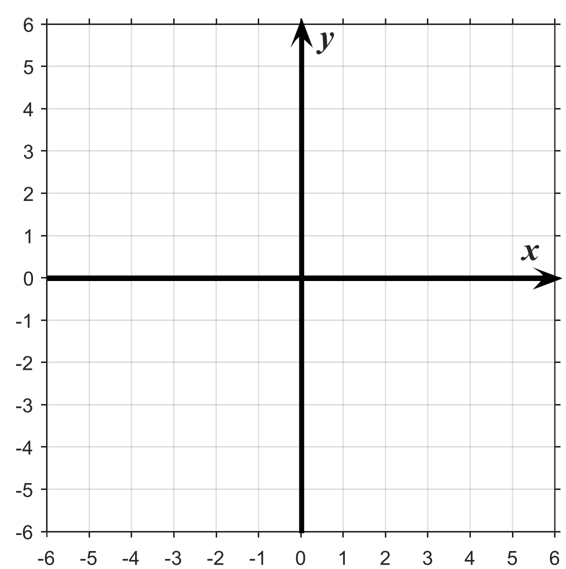
$a =$



e) $0 = \frac{1}{3}(x - 3)$

x	y

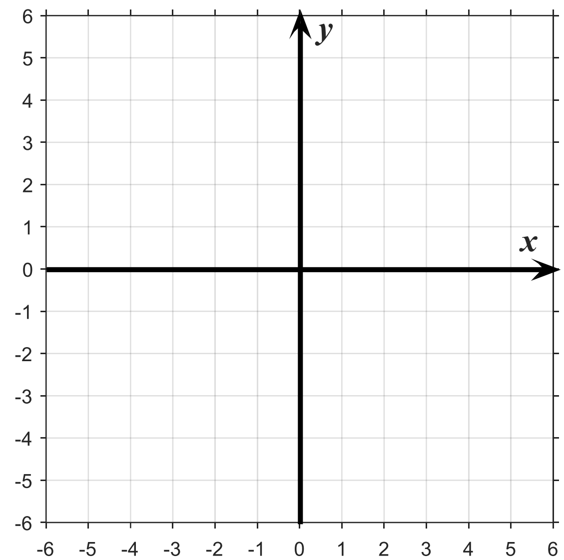
$a =$



f) $-4{,}1x = 0{,}3(x - 3{,}1)$

x	y

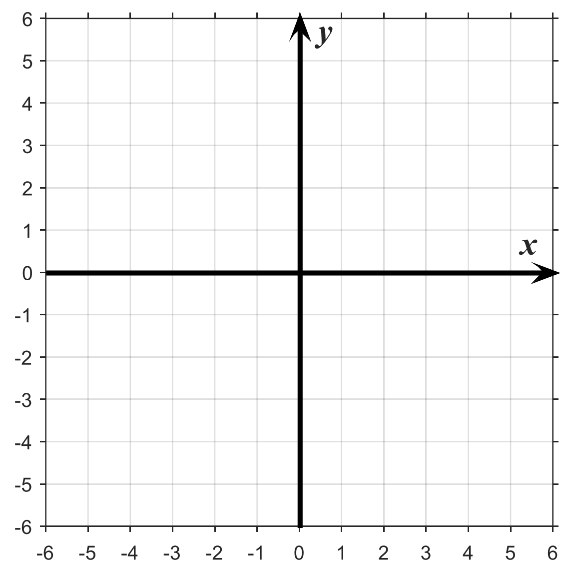
$a =$



g) $-\frac{1}{3}(x + 2) = \frac{2}{3}(x - 1)$

x	y

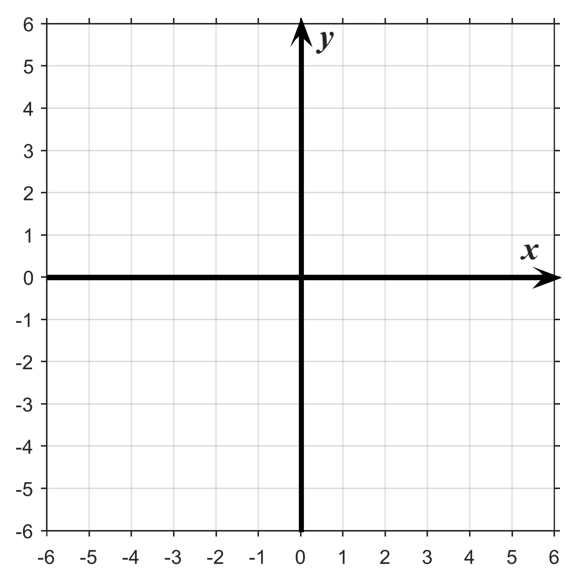
$a =$



h) $x = -(x + 1)$

x	y

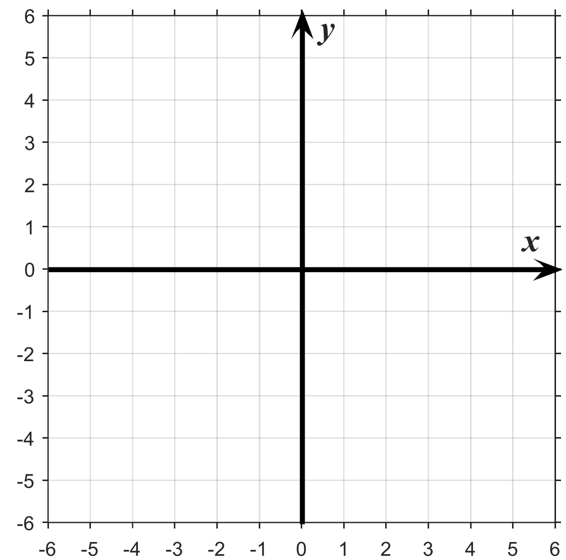
$a =$



i) $-x + 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$

x	y

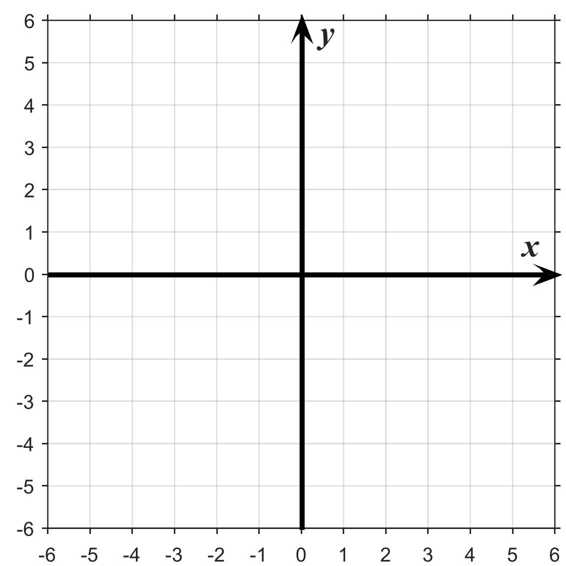
$\boldsymbol{a} =$



j) $y - 3(1 - x) + x = \frac{3}{5}x + y$

x	y

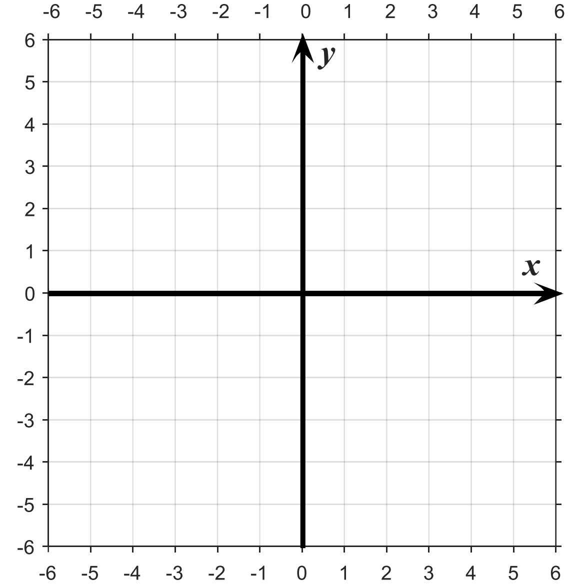
$\boldsymbol{a} =$



k) $-(x + 3 + 2y) = 3 - 2y + x$

x	y

$\boldsymbol{a} =$



2.6 EXPRESSION LITTÉRALE OU VERBALE

On peut traduire la langue française en langage mathématique. Ceci permet de déterminer deux variables et de spécifier laquelle est indépendante.

<u>EXEMPLE 1</u>

Mon employeur me paie 10,25 $ de l'heure. Mon salaire varie à chaque semaine, car je ne travaille pas toujours le même nombre d'heures. Quelle est la **variable dépendante** ?

∴ La variable dépendante est mon salaire : ma paye dépend du nombre d'heures travaillées.

<u>EXEMPLE 2</u>

J'habite à Montréal et je pars en Gaspésie. Le niveau d'essence dans le réservoir de ma voiture diminue au fur et à mesure qu'augmente le nombre de kilomètres parcourus. Quelle est la **variable indépendante** ?

∴ La variable indépendante est le nombre de kilomètres : le niveau d'essence dans mon réservoir dépend de la distance parcourue.

EXERCICE 21

Quelle est la **variable dépendante** ? :

a) Taux d'alcool sanguin variant selon le nombre de bières consommées. __________

b) Impôts variant selon la valeur des revenus. __________

c) Montant des intérêts variant selon la valeur d'un emprunt. __________

d) Mes résultats s'améliorent si j'augmente le temps réservé à mes études. ____________

e) Si j'augmente ma vitesse, j'arrive plus vite à destination. ____________

f) Si mon alimentation est déséquilibrée, je prends du poids. ____________

g) Lorsque j'utilise mon téléphone, la pile se décharge plus vite. ____________

h) Lorsque je suis heureux, je chante. ____________

i) S'il fait très froid, la batterie de ma voiture se décharge. ____________

j) Je pollue l'air lorsque je laisse le moteur de ma voiture en marche. ____________

k) Plus je lis de romans, plus j'apprends des nouveaux mots. ____________

l) Si je ne dors pas 7 heures par nuit, je suis fatigué. ____________

m) Plus la pente est abrupte, plus je ralentis avec mon vélo. ____________

n) Plus je parle longtemps au téléphone, plus ça me coûte cher. ____________

o) La vitesse de ma course à pied fait augmenter mon rythme cardiaque. ____________

p) Plus la longueur d'onde est courte, plus l'énergie lumineuse est élevée. ____________

q) Plus le temps au four augmente, plus mon repas est chaud. ____________

r) La vitesse finale varie selon la hauteur d'un point de chute initial. ____________

s) L'énergie solaire disponible augmente avec la durée du jour. ____________

t) La chaleur emmagasinée dans le sol varie selon la saison de l'année. ____________

u) La température de mon café diminue constamment avec le temps. ____________

v) Plus mes enfants regardent la télé, plus ils sont de mauvaise humeur. ____________

w) La distance Terre-Mars varie selon le jour de l'année. ____________

x) Le temps se dilate si ma vitesse s'approche de la vitesse de la lumière. ____________

On peut traduire la langue française en langage mathématique afin de déterminer un modèle.

EXEMPLE 1

Mon employeur me paie 10,25 $ de l'heure. Quel est le modèle mathématique représentant mon salaire en fonction du nombre d'heures travaillées ? Identifiez d'abord les variables avec les unités de mesure.

$$x = \text{Nombre d'heures travaillées (h)}$$

$$y = \text{Salaire (\$)}$$

$$\therefore\ y = 10{,}25x$$

EXEMPLE 2

J'habite à Montréal et je pars en Gaspésie. Mon réservoir d'essence est plein et contient 75 litres. Le niveau d'essence dans le réservoir de ma voiture diminue de 10 litres à chaque fois que je parcours 100 km. Quel est le modèle mathématique représentant la quantité d'essence restante en fonction de la distance parcourue ? Identifiez d'abord les variables avec les unités de mesure.

$$x = \text{Nombre kilomètres parcourus (km)}$$

$$y = \text{Quantité d'essence dans mon réservoir (L)}$$

$$\therefore\ y = -\frac{10}{100}x + 75$$

Exercice 22

Je prends un taxi pour aller à l'aéroport. Le tarif de base est 3,45 $, auquel je dois ajouter 1,70 $ pour chaque kilomètre parcouru. Quel est le modèle mathématique représentant le prix que je devrai payer en fonction de la distance à parcourir ? Identifiez d'abord les variables et les unités de mesure.

Exercice 23

Le forfait de mon téléphone cellulaire est 47 $/mois et inclut 2 Go (2 000 Mo) de données numériques. Je dois aussi payer, à chaque mois, 5 $/25 Mo pour les données numériques supplémentaires. Quel est le modèle mathématique représentant le prix que je devrai payer, lorsque je dépasse mes 2 Go, en fonction du nombre de Mo consommés.

3. RÉCIPROQUE D'UNE FONCTION

La réciproque d'une fonction est l'image que vous obtenez en inversant les variables x et y d'une équation, puis en en isolant y.

<u>EXEMPLE 1</u>

Quelle est la réciproque de l'équation suivante ?

$$y = 2x + 1$$

(1) On inverse les variables :

$$x = 2y + 1$$

(2) On isole y

$$-2y = -x + 1$$

$$\frac{\cancel{-2}y}{\cancel{-2}} = \frac{-x + 1}{-2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

EXERCICE 24

Trouvez la réciproque des fonctions suivantes :

a) $y = 4x + 10$	b) $y = 3x + 1$
c) $y = -(2x + 3) - 3x$	d) $x + y = 4 - x$
e) $y + 3x = 0{,}2x + 3{,}1$	f) $y - 1 = -\frac{1}{4}x - 1$

g) $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{8}$

h) $y - \frac{5}{4}x = 2y$

i) $y = 0{,}3x + 2 - 2y$

j) $y + x = -x + 4$

k) $y + 2x = 2x - 1$

l) $y = \frac{1}{16}x$

m) $y - x = 2{,}1 - 1{,}4x$

n) $y = -3(20 - 8x) - 2$

4. RÈGLE DE CORRESPONDANCE

4.1 RECHERCHE DU TAUX DE VARIATION

Il peut être nécessaire de connaître le taux de variation (la pente) d'une droite (fonction affine). On peut calculer la pente d'une droite (le paramètre a) lorsqu'on connaît au moins deux couples (x, y), grâce à la formule suivante :

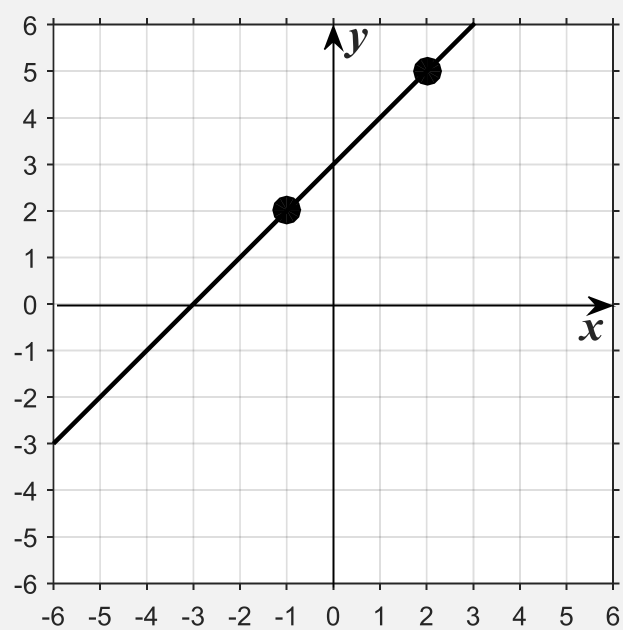
$$\boxed{a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

EXEMPLE 1

Soit deux points situés sur une droite représentée ci-dessous.

Quel est le taux de variation (la pente) ?

$$\begin{aligned} a &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5 - 2}{2 - (-1)} \\ &= \frac{3}{3} \\ &= 1 \end{aligned}$$



EXERCICE 25

Calculez le taux de variation (paramètre a) à partir des deux couples (x, y) :

a) $(1, 3)$ et $(-1, 4)$

b) $(0{,}1\ ;\ 3{,}2)$ et $(-1, 4)$

c) $(0, -5)$ et $(-2, -2)$

d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ et $(-1, 4)$

e) $\left(-\frac{2}{5}, \frac{2}{7}\right)$ et $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{3}{4}\right)$

f) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ et $(-1{,}2\ ;\ 4{,}3)$

g) $(-1, 0)$ et $(-1\ ;\ 0{,}4)$

h) $(-0{,}2\ ;\ 3{,}1)$ et $(-2, 3)$

i) $(6, -5)$ et $(-1, -2)$

j) $\left(\frac{3}{5}, -\frac{12}{3}\right)$ et $(-1{,}4\ ;\ 4)$

k) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{3}\right)$ et $\left(-\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}\right)$

l) $\left(\frac{1}{5}, -\frac{2}{9}\right)$ et $(-1{,}3\ ;\ 0{,}3)$

m) $(-2, -3)$ et $(-1, -4)$

n) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ et $(-3, 4)$

4.2 FONCTION AFFINE À PARTIR DE LA PENTE ET D'UN COUPLE

Lorsqu'on connait le taux de variation et un couple (x, y), il est possible de déterminer l'équation d'une droite (fonction affine).

<u>EXEMPLE 1</u>

Quel est l'équation de la droite ayant une pente $a = -\frac{2}{3}$ et passant par le points $(-3, 4)$?

(1) On remplace la pente et le couple (x, y) dans l'équation générale d'une droite, puis on isole b :

$$y = ax + b$$

$$4 = -\frac{2}{3}(-3) + b$$

$$4 = 2 + b$$

$$4 - 2 = b$$

$$2 = b$$

(2) On remplace a et b dans l'équation générale :

$$\therefore \; y = -\frac{2}{3}x + 2$$

EXERCICE 26

Déterminez l'équation de la droite à partir de la pente a et du couple (x, y) :

a) $a = -3 \quad \text{et} \quad (-1, 1)$

b) $a = 0{,}1 \quad \text{et} \quad (0{,}5 \ ; \ 4)$

c) $a = -1{,}3 \quad \text{et} \quad (-2{,}1 \ ; \ 1{,}3)$

d) $a = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \left(\frac{1}{6}, -\frac{3}{5}\right)$

e) $a = 0 \quad \text{et} \quad (-2, -2)$

f) $a = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$

4.3 FONCTION AFFINE À PARTIR DE DEUX COUPLES

Lorsqu'on ne connait pas le taux de variation, il est possible de déterminer l'équation d'une droite (fonction affine) à partir de deux couples (x, y).

EXEMPLE 1

Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(6, 4)$ et $(3, 2)$?

(1) On calcule d'abord le taux de variation :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-4}{3-6} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

(2) On remplace la pente et un des couples (x, y) dans l'équation générale d'une droite, puis on isole b :

$$y = ax + b$$

$$4 = \frac{2}{3}(6) + b$$

$$4 = 4 + b$$

$$4 - 4 = b$$

$$0 = b$$

(3) On remplace a et b dans l'équation générale :

$$y = \frac{2}{3}x + 0$$

$$\therefore \; y = \frac{2}{3}x$$

EXEMPLE 2

Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(1, 2)$ et $(0, 3)$?

(1) On calcule d'abord le taux de variation :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{0 - 1} = \frac{1}{-1} = -1$$

(2) On remplace la pente et un des couples (x, y) dans l'équation générale d'une droite, puis on isole b :

$$y = ax + b$$

$$3 = -1(0) + b$$

$$3 = 0 + b$$

$$3 = b$$

(3) On remplace a et b dans l'équation générale :

$$y = -1x + 3$$

$$\therefore \; y = -x + 3$$

EXERCICE 27

Déterminez l'équation de la droite à partir des deux couples (x, y) suivants :

a) $(0, -3)$ et $(-1, 1)$

b) $(0{,}1\ ;\ 3{,}2)$ et $(-1, 4)$

c) $(0, -5)$ et $(-2, -2)$

d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ et $(-1, 4)$

e) $\left(-\frac{2}{5}, \frac{2}{7}\right)$ et $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{3}{4}\right)$

f) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ et $(-1{,}2\ ;\ 4{,}3)$

g) $(-1{,}0)$ et $(-1\ ;\ 0{,}4)$

h) $(-0{,}2\ ;\ 3{,}1)$ et $(-2, 3)$

i) $(6, -5)$ et $(-1, -2)$

j) $\left(\frac{3}{5}, -\frac{12}{3}\right)$ et $(-1{,}4\ ;\ 4)$

5. PROPRIÉTÉS D'UNE FONCTION

5.1 DOMAINE, CODOMAINE (IMAGE) ET EXTREMUMS

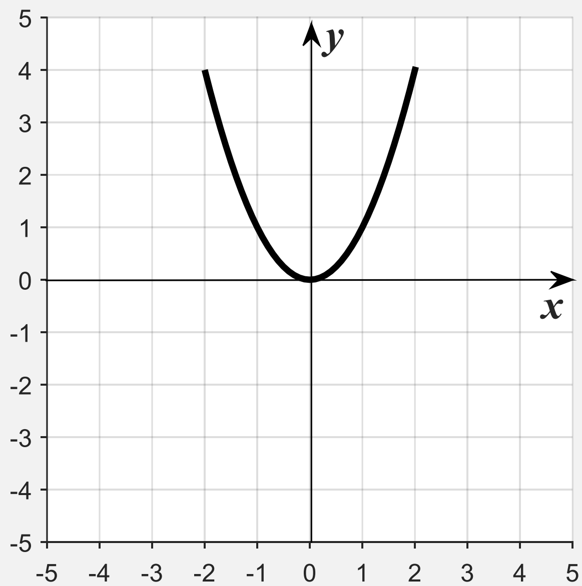
Le domaine d'une fonction est l'intervalle observé sur l'axe des x.

Le codomaine (image) d'une fonction est l'intervalle observé sur l'axe des y.

Les extremums représentent le minimum et le maximum de la valeur de y.

<u>EXEMPLE 1</u>

Déterminez le domaine, le codomaine et les extremums de ce graphique :



a) L'intervalle sur l'axe des x $\Rightarrow$ $\text{dom}\, f = [-2, 2]$

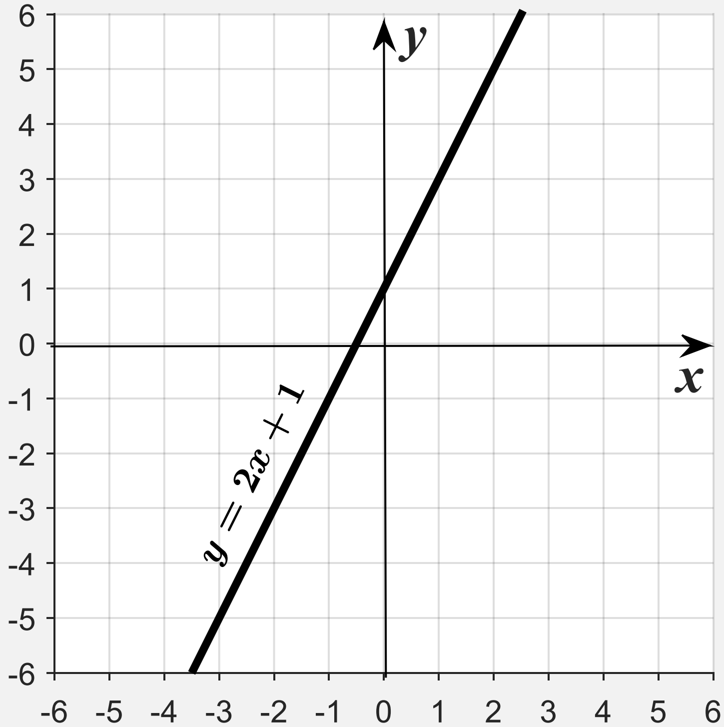
b) L'intervalle sur l'axe des y $\Rightarrow$ $\text{codom}\, f = [0, 4]$

c) Le minimum est $y = 0$

d) Le maximum est $y = 4$

<u>EXEMPLE 2</u>

Déterminez le domaine, le codomaine (image) et les extremums de la fonction $y = 2x + 1$



Une droite se prolonge à l'infini, les intervalles en x et en y sont infinis (∞).

a) L'intervalle sur l'axe des x $\Rightarrow$ $\mathrm{dom}\, f =]-\infty, +\infty[$

b) L'intervalle sur l'axe des y $\Rightarrow$ $\mathrm{codom}\, f =]-\infty, +\infty[$

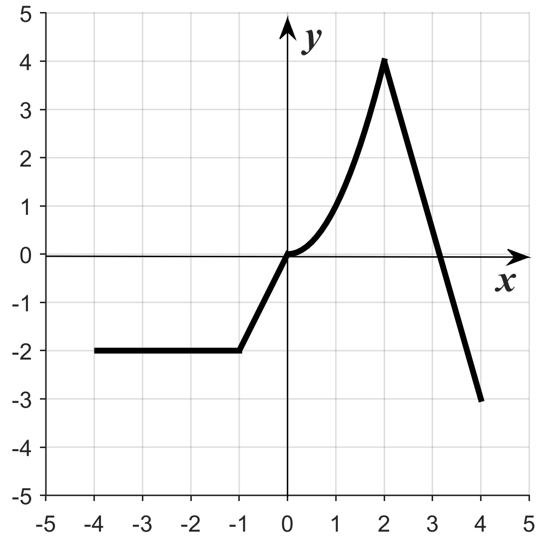
c) Le minimum est $y = +\infty$

d) Le maximum est $y = -\infty$

EXERCICE 28

Déterminez le domaine et le codomaine (image) des graphiques suivants :

a)



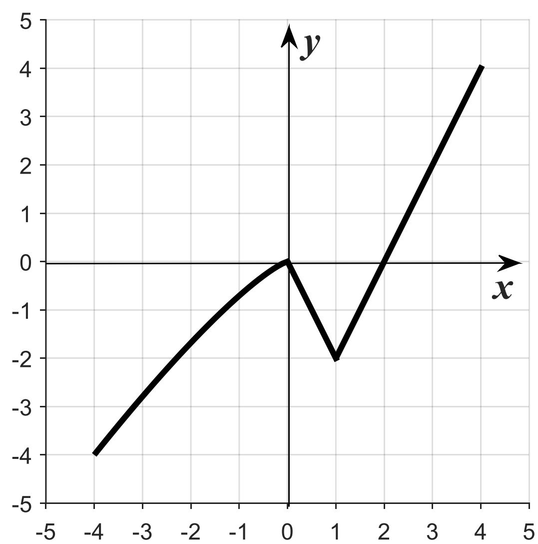
dom =

codom =

Minimum =

Maximum =

b)



dom =

codom =

Minimum =

Maximum =

5.2 CROISSANCE ET DÉCROISSANCE D'UNE FONCTION

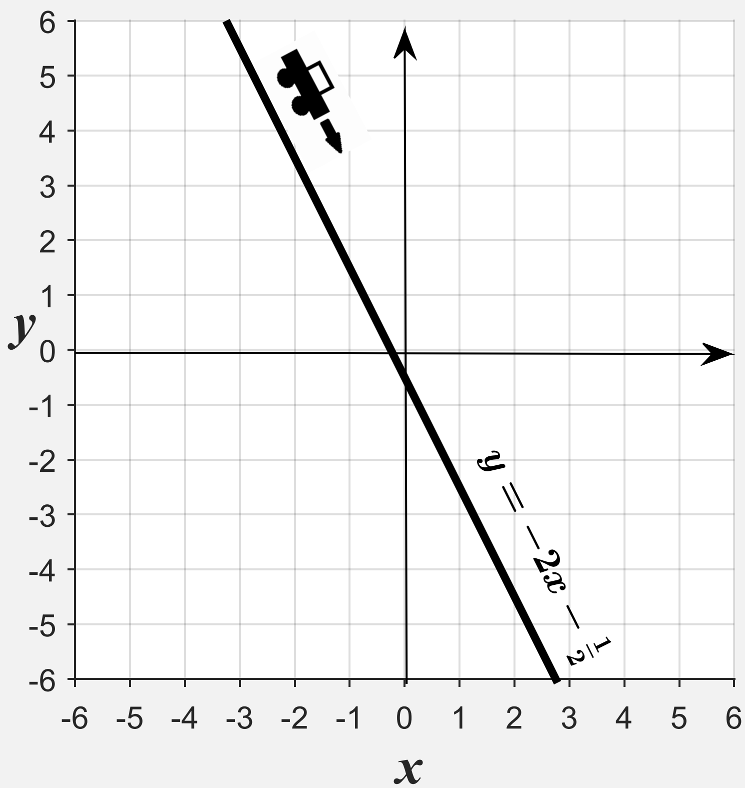
On dit d'une fonction qu'elle est croissante ou décroissante. Il s'agit de son orientation dans le graphique.

Si y augmente lorsque x augmente, la fonction est croissante.

Si y diminue lorsque x augmente, la fonction est décroissante.

EXEMPLE 1

La fonction $y = -2x - \frac{1}{2}$ est-elle croissante ou décroissante ?

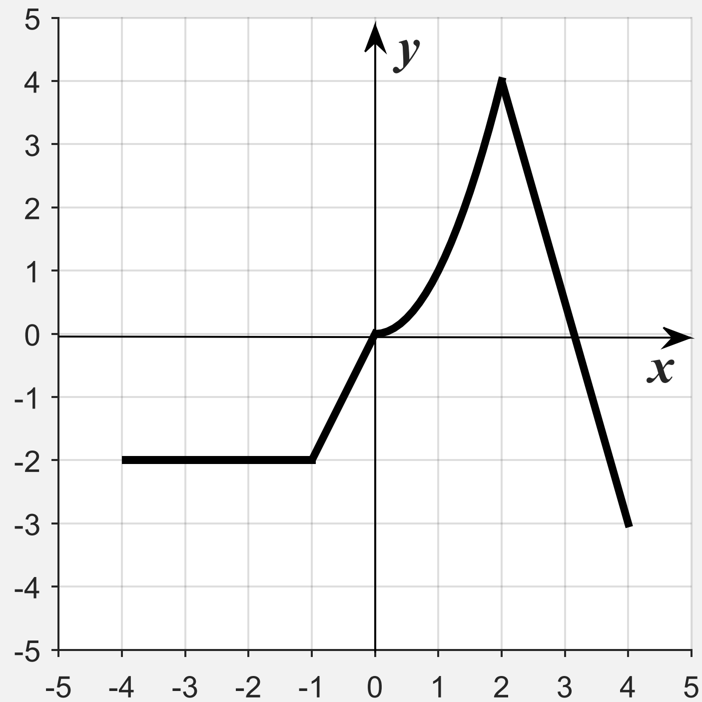


Lorsque y diminue lorsque x augmente : la fonction est donc décroissante.

Une voiture sur la droite descend : le paramètre a (la pente) est négatif.

<u>Exemple 2</u>

Déterminez, sur les quatre intervalles du graphique ci-dessous, si la fonction est <u>croissante</u> ou <u>décroissante</u>.



a) Sur l'intervalle $x = [-4, -1]$ la fonction n'est <u>ni croissante ni décroissante</u>.

b) Sur l'intervalle $x = [-4, 0]$ la fonction est <u>croissante</u>.

c) Sur l'intervalle $x = [-4, 2]$ la fonction est <u>croissante</u>.

d) Sur l'intervalle $x = [-1, 2]$ la fonction est <u>strictement croissante</u>.

e) Sur l'intervalle $x = [-1, 0]$ la fonction est <u>strictement croissante</u>.

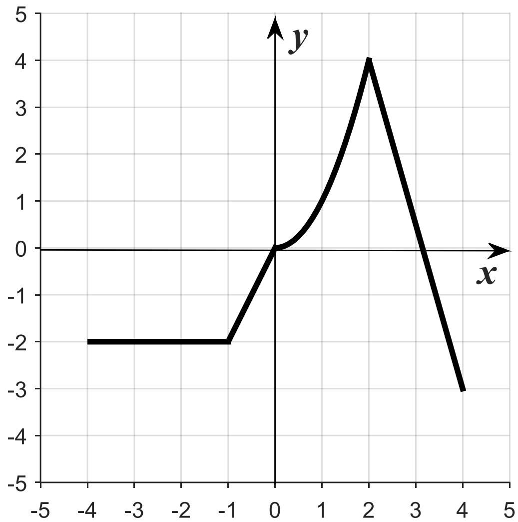
f) Sur l'intervalle $x = [0, 2]$ la fonction est <u>strictement croissante</u>.

g) Sur l'intervalle $x = [2, 4]$ la fonction est <u>strictement décroissante</u>.

<u>**EXERCICE 29**</u>

Déterminez sur quels intervalles la fonction est **strictement** <u>croissante</u> ou **strictement** <u>décroissante</u>.

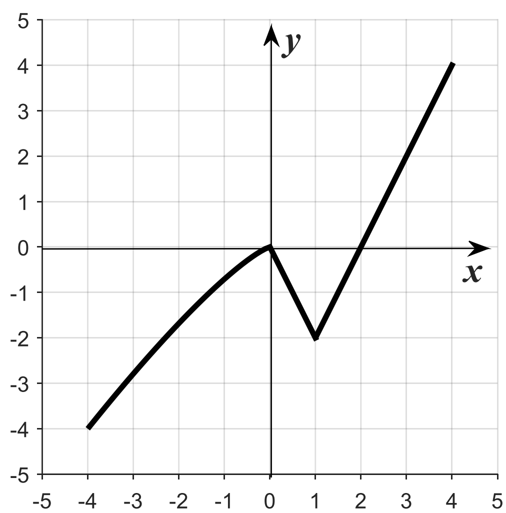
a)



Strictement croissante :

Strictement Décroissante :

b)



Strictement croissante :

Strictement décroissante :

5.3 SIGNE D'UNE FONCTION

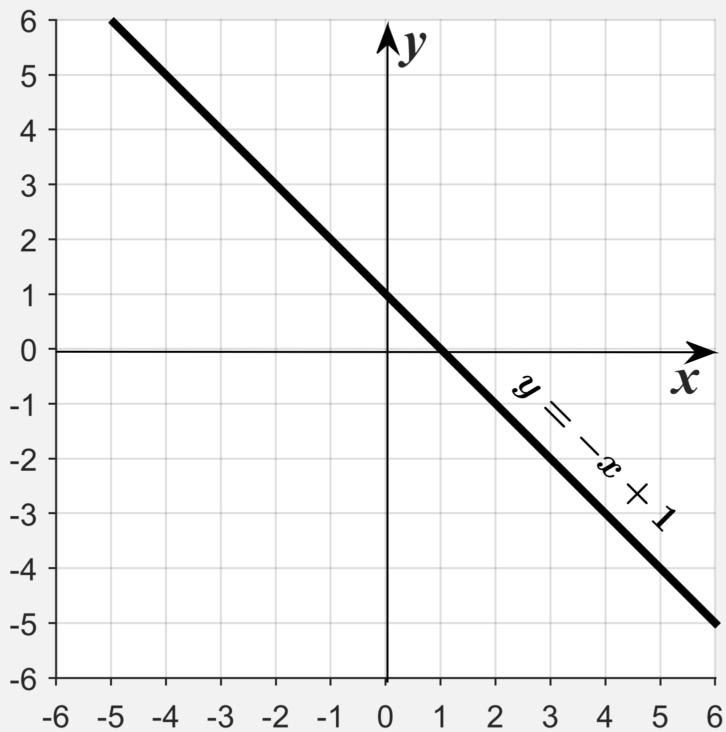
On dit d'une fonction qu'elle est positive ou négative. Il s'agit du signe de la valeur de y.

Si y est positif, la fonction est positive.

Si y est négatif, la fonction est négative.

EXEMPLE 1

Déterminez sur quel intervalle la fonction $y = -x + 1$ est positive ou négative.

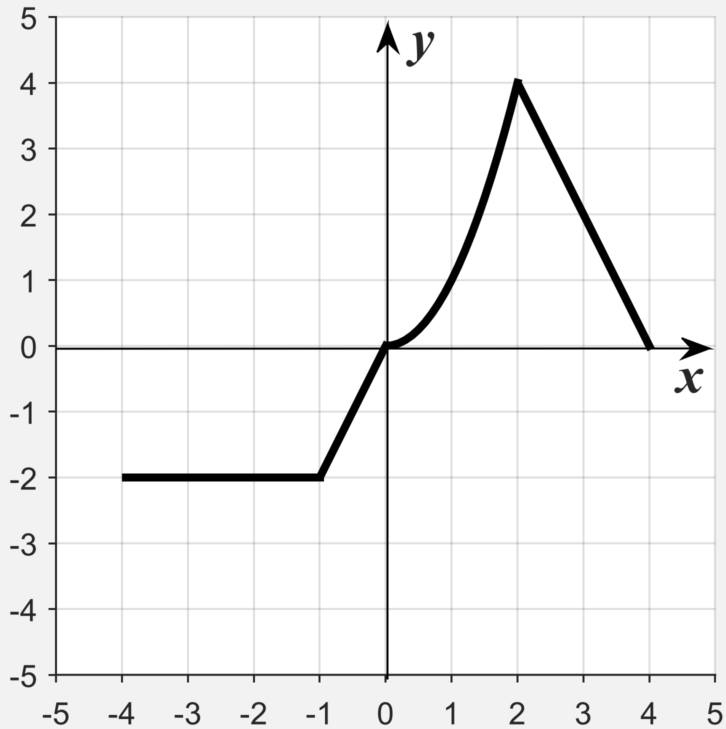


Graphiquement, on voit que y est positif lorsque $x < 1$. Autrement dit, la fonction est positive sur l'intervalle $x = -\infty, 1$ [

On voit aussi que la fonction est négative sur l'intervalle $x =]\ 1, \infty$

EXEMPLE 2

Déterminez, sur les quatre intervalles du graphique ci-dessous, si la fonction est positive ou négative.



a) Sur l'intervalle $x = [-4, -1]$ la fonction est négative.

b) Sur l'intervalle $x = [-1, 0]$ la fonction est négative.

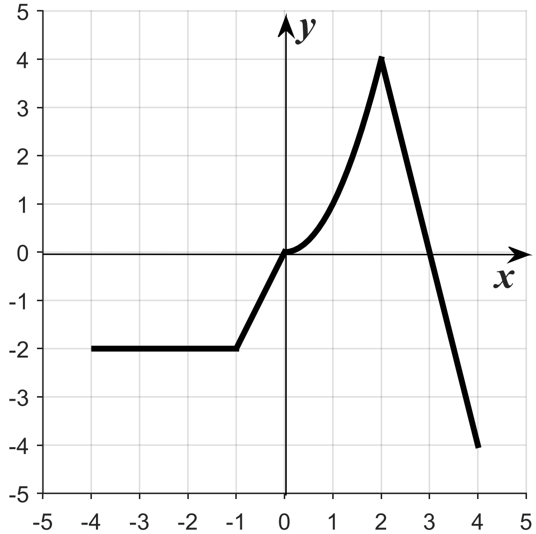
c) Sur l'intervalle $x = [0, 2]$ la fonction est positive.

d) Sur l'intervalle $x = [2, 4]$ la fonction est positive.

EXERCICE 30

Déterminez sur quel intervalles la fonction est positive ou négative.

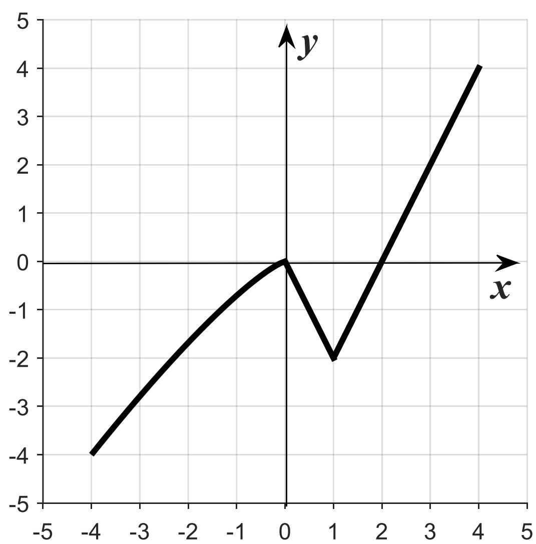
a)



Positive :

Négative :

b)



Positive :

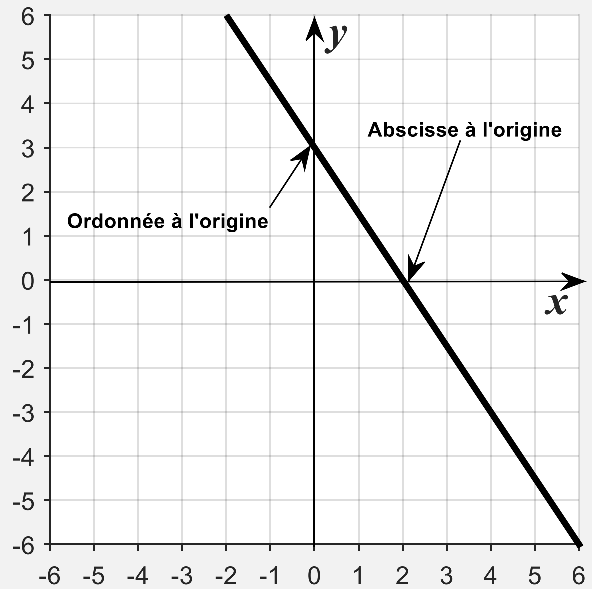
Négative :

6. COORDONNÉES À L'ORIGINE

Les coordonnées à l'origine représentent :

- Le point où la droite croise l'axe des x (abscisse)
- Le point où la droite croise l'axe des y (ordonnée)

Ci-dessous, sont représentées l'abscisse et l'ordonnée **à l'origine**.



Graphiquement, on voit que l'ordonnée à l'origine est égale à 3.

Graphiquement, voit que l'abscisse à l'origine est égale à 2.

EXERCICE 31

Nommez le point qui croise :

a) l'axe des x ______________________________

b) l'axe des y ______________________________

6.1 ABSCISSE À L'ORIGINE

L'abscisse à l'origine est le point où la droite croise l'axe des x. Il est possible de déterminer sa valeur à partir de l'équation de la droite.

<u>EXEMPLE 1</u>

Déterminez l'abscisse à l'origine de la droite :

$$\boxed{y = -2x + 3}$$

(1) On remplace y par zéro ($y = 0$ car il s'agit du point de rencontre avec l'axe des x), puis on isole x.

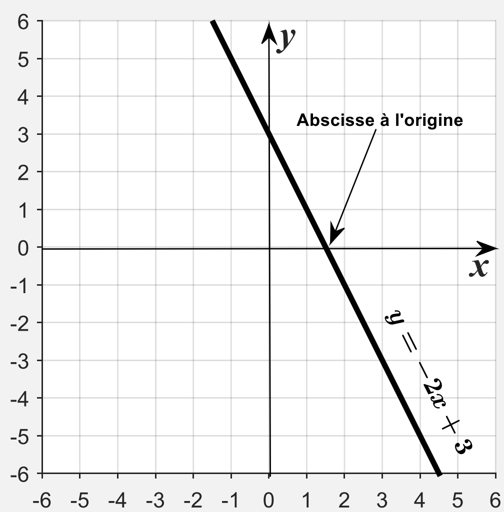
$$0 = -2x + 3$$

$$2x = 3$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \quad x = \frac{3}{2} \text{ ou } 1.5$$

(2) L'abscisse à l'origine est donc : $(-1.5, 0)$



Exercice 32

Déterminez l'abscisse à l'origine des fonctions suivantes :

a) $y = -2x + 1$

b) $-x - 1 + 4 = 0$

c) $0.2x - 3 = y$

d) $\frac{1}{2}x + 3y = 1$

e) $\frac{1}{4}y - \frac{2}{3}x = 0$

f) $y + 2 - 1.5x = 2x - 3y - 2.5$

6.2 ORDONNÉE À L'ORIGINE

L'ordonnée à l'origine est le point où la droite croise l'axe des y. Il est possible de déterminer sa valeur à partir de l'équation de la droite.

<u>EXEMPLE 1</u>

Déterminez l'ordonnée à l'origine de la droite :

$$\boxed{y = -2x + 3}$$

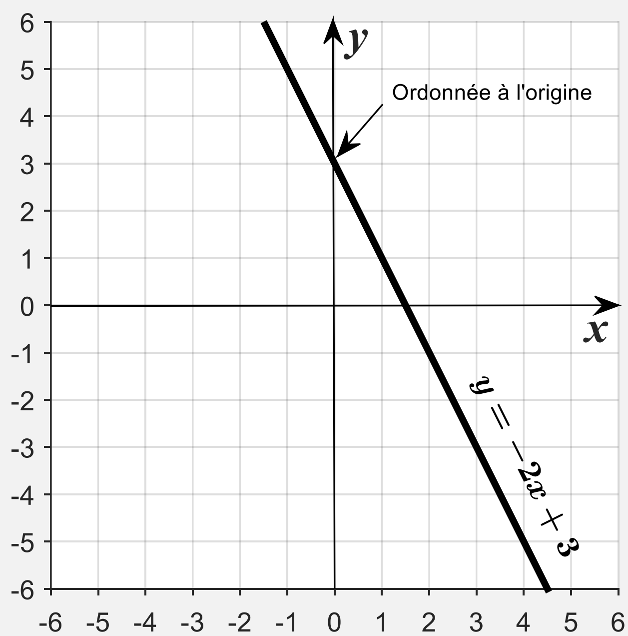
(1) On remplace x par zéro ($x = 0$ car il s'agit du point de rencontre avec l'axe des y), puis on isole y.

$$y = -2(0) + 3$$

$$y = 0 + 3$$

$$\therefore \ y = 3$$

(2) L'ordonnée à l'origine est donc : $(0, 3)$



EXERCICE 33

Déterminez l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes :

a) $y = -2x + 1$

b) $-y - 1 + 4 = 0$

c) $0.2x - 3 = y$

d) $\frac{1}{2}x + 3y = 1$

e) $\frac{1}{4}y - \frac{2}{3}x = 0$

f) $y + 2 - 1.5x = 2x - 3y - 2.5$

7. EFFET DE LA MODIFICATION D'UN PARAMÈTRE DE LA FONCTION AFFINE

La fonction affine est constituée de deux paramètres (a et b). Il s'agit de la pente (a) et de l'ordonnée à l'origine (b).

$\boxed{a = \text{Pente}}$

$\boxed{b = \text{Ordonnée à l'origine}}$

$$y = ax + b$$

7.1 MODIFICACTION DE LA PENTE

Si on change seulement la valeur du paramètre a, on change seulement la pente de la droite sur un graphique.

<u>EXEMPLE 1</u>

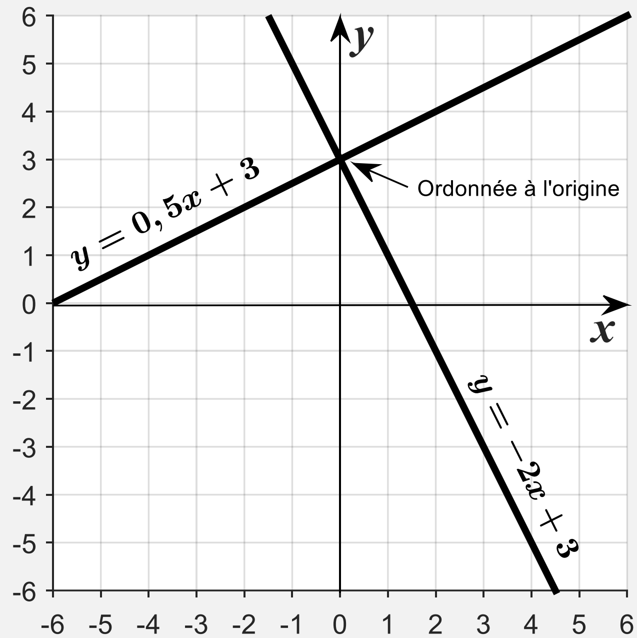
On a la droite suivante :

$$y = -2x + 3$$

On change seulement la valeur de la pente (a) de la façon suivante :

$$y = 0{,}5x + 3$$

La figure ci-dessous présente les deux droites sur un même graphique.



Remarquez :

- L'orientation de la pente change (le signe de a)
- L'inclinaison de la pente change (la valeur de a)
- Les deux droites ne sont pas parallèles.
- L'ordonnée à l'origine de change pas (la valeur de b)

EXERCICE 34

Répondez aux questions suivantes par vrai ou faux.

a) Si on change le signe de a, une pente négative devient positive. ______

b) Si la valeur de a diminue, la valeur de b diminue. ______

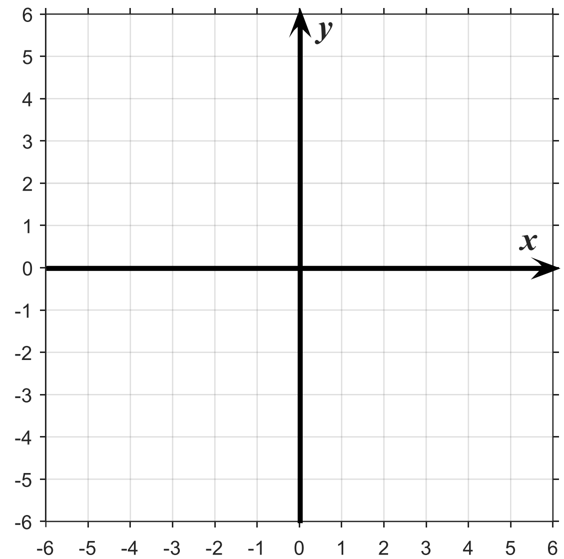
c) Si la valeur de a augmente, la pente sera plus abrupte. ______

EXERCICE 35

Tracez la droite. Remplacez ensuite la valeur de a par -2 et tracez la seconde droite sur le même graphique.

$3x - y = 2$

x	y



7.2 MODIFICACTION DE L'ORDONNÉE À L'ORIGINE

Si on change seulement la valeur du paramètre b, on change seulement l'ordonnée à l'origine de la droite sur un graphique.

EXEMPLE 1

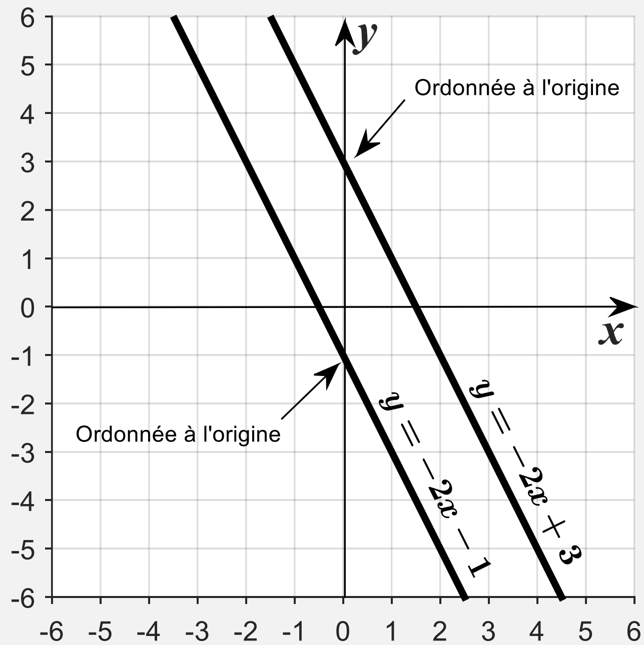
On a la droite suivante :

$$y = -2x + 3$$

On change la valeur de l'ordonnée à l'origine (b) de la façon suivante :

$$y = -2x - 1$$

La figure ci-dessous présente les deux droites sur un même graphique.



Remarquez :

- L'orientation de la pente ne change pas (le signe de a)
- L'inclinaison de la pente ne change pas (la valeur de a)
- Les deux droites sont parallèles.
- L'ordonnée à l'origine change (la valeur de b)

EXERCICE 36

Répondez aux questions suivantes par vrai ou faux.

a) Si on change le signe de b, une pente négative devient positive. ______

b) Si la valeur de b diminue, la valeur de a diminue. ______

c) Si la valeur de b augmente, on croisera l'axe des y plus haut. ______

8. RÉSOLUTION DE SYSTÈMES D'ÉQUATION

8.1 À PARTIR D'UNE TABLE DES VALEURS

Lorsqu'on a deux droites, il est possible de trouver un point d'intersection à partir d'une table des valeurs.

EXEMPLE 1

Voici l'équation d'une droite et une table des valeurs associée :

$$y = x + 1$$

x	y
-1	0
0	1
1	2

Voici l'équation d'une autre droite et une table des valeurs associée :

$$y = -x + 3$$

x	y
-1	4
0	3
1	2

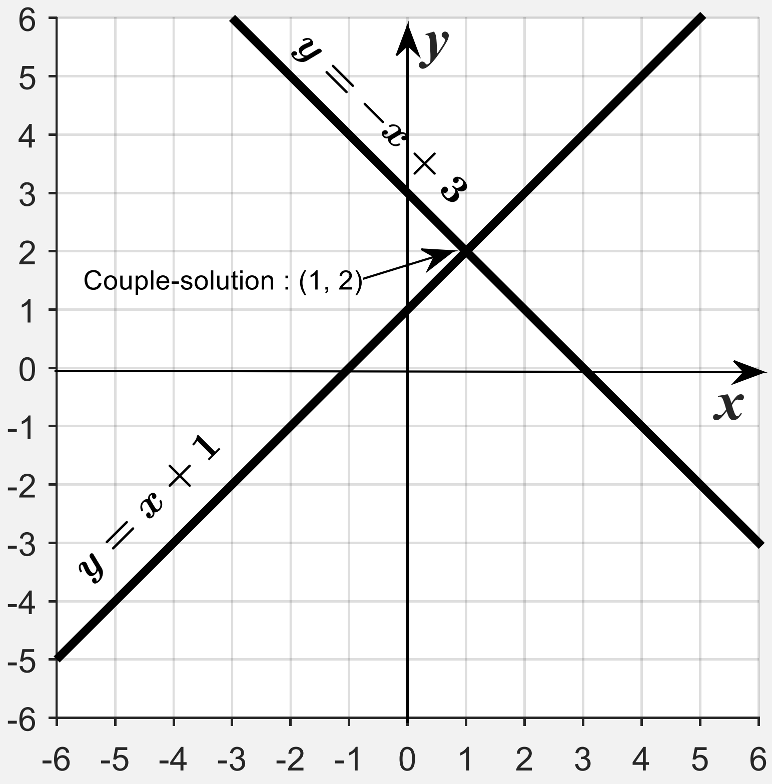
Or, bien qu'il s'agisse de deux droites différentes, il y a un couple identique : c'est le couple-solution (le point d'intersection de deux droites)

8.2 GRAPHIQUEMENT

Lorsqu'on trace deux droites, il est possible de trouver un point d'intersection à partir d'un graphique.

<u>EXEMPLE 1</u>

Les droites et le couple-solution de l'exemple précédent sont représentés graphiquement ci-dessous :

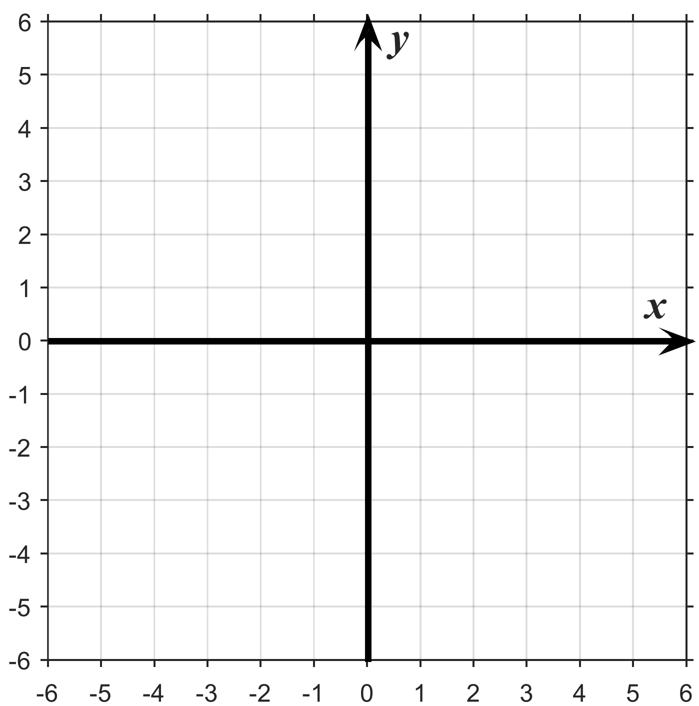


Autrement dit, la résolution graphique d'un système d'équations consiste à tracer deux droites afin de déterminer un point d'intersection (couple-solution).

EXERCICE 37

Déterminez graphiquement la solution du système d'équations suivant :

a) $-y \ = \ 2x - 3$ et $y - 3 = \ 2(x - 2)$

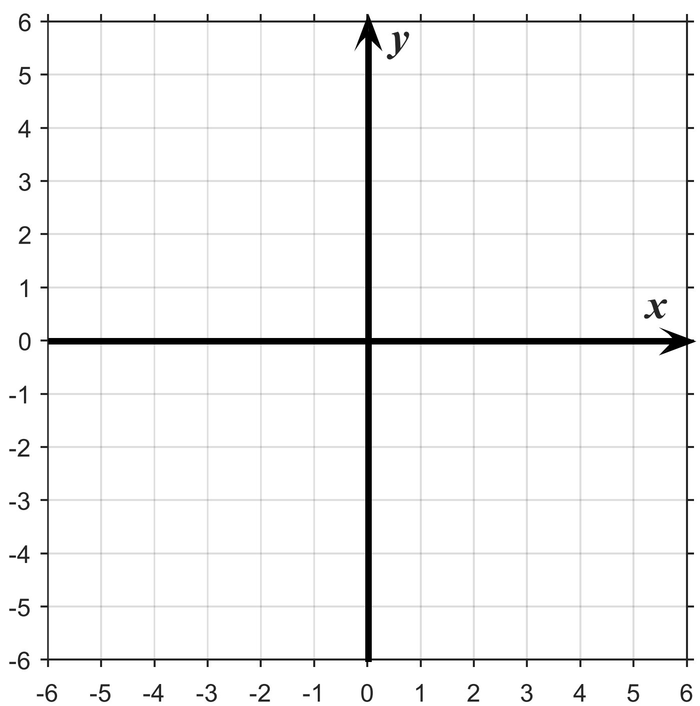


x	y

x	y

Réponse :

b) $3(-x+3) = 3y+12$ et $y-(2-x) = 2(x-2)$

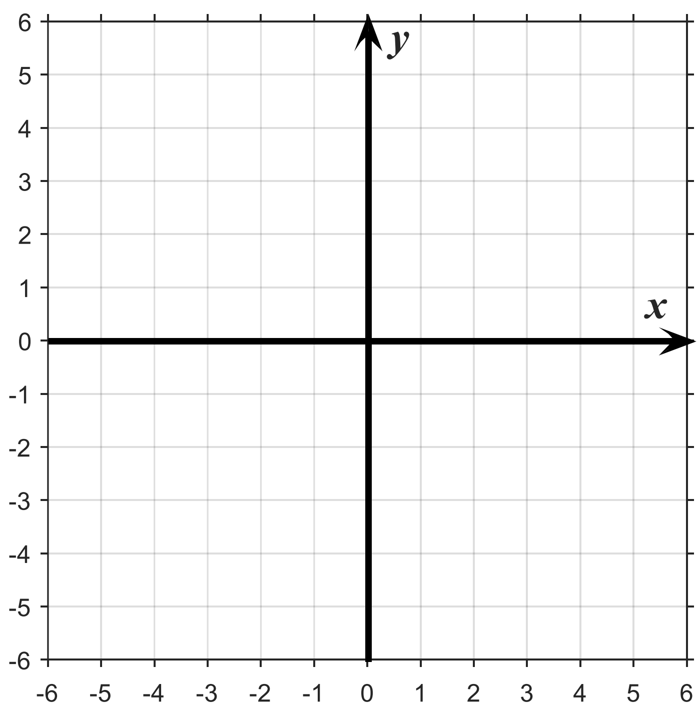


x	y

x	y

Réponse :

c) $-y = -5$ et $-(y+1) = 2(x-2)$

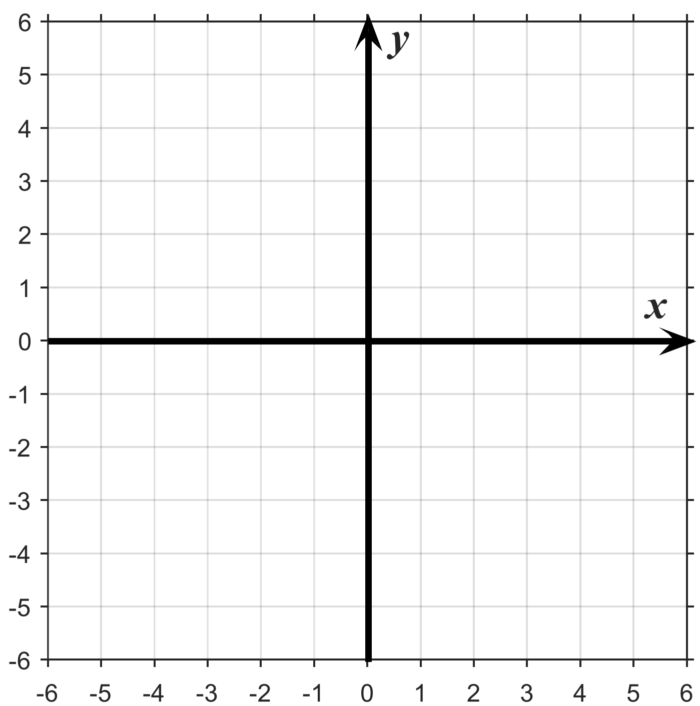


x	y

x	y

Réponse :

d) $x + 3 = y - x$ et $-(x + 1) = -(y - 1)$



x	y

x	y

Réponse :

8.3 ALGÉBRIQUEMENT (MÉTHODE DE LA COMPARAISON)

Lorsqu'on a l'équation de deux droites, il est possible de trouver un couple-solution, algébriquement, par la méthode de comparaison. C'est-à-dire qu'on peut résoudre le système d'équations sans faire de graphique. On calcule ainsi le seul couple (x, y) valide pour les deux équations.

<u>EXEMPLE 1</u>

Voici l'équation d'une droite :

$$\boxed{y = x + 1}$$

Voici l'équation d'une autre droite :

$$\boxed{y = -x + 3}$$

Puisque y est isolé dans chacune des deux équations, on peut comparer ces deux définitions de y :

$$x + 1 = -x + 3$$

Si vous ne comprenez pas pourquoi la relation écrite ci-dessus est vraie (la comparaison), demandez une explication avant de poursuivre.

La comparaison des définitions de y, ci-dessus, nous permet de déterminer x :

$$x + x = 3 - 1$$

$$2x = 2$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{2}{2}$$

$$\therefore \quad x = 1$$

Il ne reste plus qu'à remplacer x dans chaque équation afin de déterminer y. On a que $y = 2$ pour les deux équations. Le couple-solution est donc $(1, 2)$.

EXEMPLE 2

Résolvez le système d'équations suivant (déterminez le couple-solution) :

$\boxed{y = 5x - 1}$ et $\boxed{y = -x + 1}$

(1) Puisque y est isolé dans chaque équation, on peut les comparer.

$$5x - 1 = -x + 1$$

(2) On détermine x :

$$5x + x = 1 + 1$$

$$6x = 2$$

$$\frac{\cancel{6}x}{\cancel{6}} = \frac{2}{6}$$

$$\therefore \quad x = \frac{1}{3}$$

(3) On remplace $x = \frac{1}{3}$ dans chacune des équations

(4) La première équation donne :

$$\therefore \quad y = 5\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = \frac{2}{3}$$

(5) La deuxième équation donne :

$$\therefore \quad y = -\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ Le couple-solution est donc $\left(\frac{1}{3}\ ,\ \frac{2}{3}\right)$

EXERCICE 38

(1) Isolez y dans chaque équation

(2) Comparez les deux équations

(3) Déterminez x

(4) Vérifiez que x donne la même valeur pour y dans vos deux équations

(5) Inscrivez votre réponse (le couple-solution)

a) $y + 1 = -x - 2$ et $8 + 9y - x = 2y$

b) $-(3+y)-(4-y)=2x-1$ et $-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1}{3}(2y-5)= \frac{1}{16}$

c) $y-2=3+x$ et $-(1-8x)-1 \;=\; -3(1-2y)$

d) $x - (4 - y) = y$ et $-\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}(4y - 1) = \frac{1}{4}$

e) $3{,}6y - 5{,}2 = 2{,}1 - 1{,}4x$ et $-3(20 - 8x) - 2 = -(2 - y)$

f) $y = 2$ et $2x + y = -3$

g) $0{,}1y = 2{,}1 - 1{,}4x$ et $-x - 2 = -(2 - y)$

h) $3x-(y-2)=x$ et $-\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}(2y-3)=\frac{1}{5}$

i) $-y=-3$ et $1-x=y$

9. FONCTION RATIONNELLE

La fonction rationnelle détermine y en divisant un nombre k par x.

$$\boxed{y = \frac{k}{x}}$$

Autrement dit, lorsque x augmente, y diminue.

EXEMPLE 1

Vous allez jouer au casino avec des amis. Les montants gagnés seront divisés à parts égales. Si vos amis et vous-même gagnez un total de 250 $, tracez un graphique représentant la part de chacun en fonction du nombre d'amis présents ce soir-là. Au moins 2 et au plus 5 amis sont présents.

(1) On identifie d'abord nos variables :

x : Le nombre d'amis présents

y : La part de chacun ($)

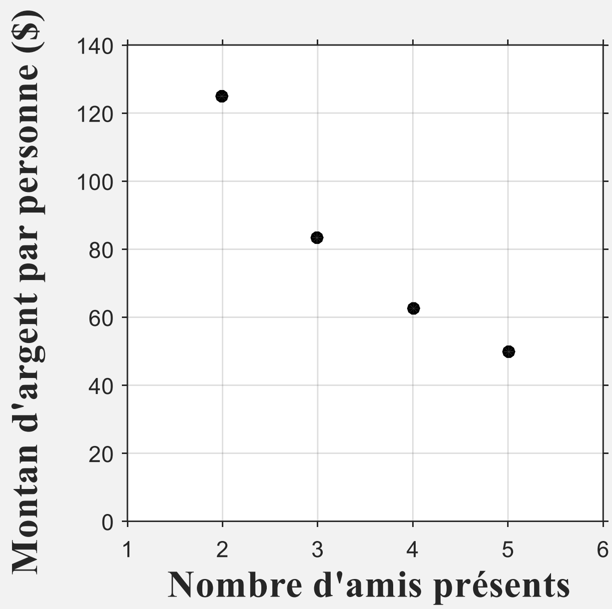
(2) On détermine ensuite la fonction rationnelle ci-dessous :

$$y = \frac{250}{x}$$

(3) On construit une table des valeurs :

x	y
2	125
3	83,33
4	62,50
5	50

(4) On trace le graphique demandé.



EXEMPLE 2

Déterminez la fonction rationnelle associée à la table des valeurs suivantes :

x	y
1	24
3	8
4	6

(1) On trouve la valeur du paramètre k en vérifiant que x multiplié par y donne toujours le même nombre :

$$1 \times 24 = 3 \times 8 = 4 \times 6 = 24$$

$$\therefore \quad y = \frac{24}{x}$$

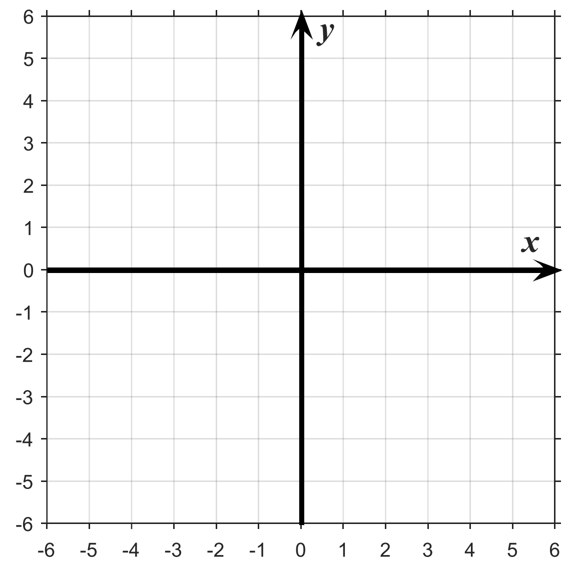
EXERCICE 39

Tracez le graphique de la fonction rationnelle à partir de la table des valeurs et indiquer la valeur du paramètre k :

a) $y = \frac{6}{x}$

x	y
1	
2	
4	
5	

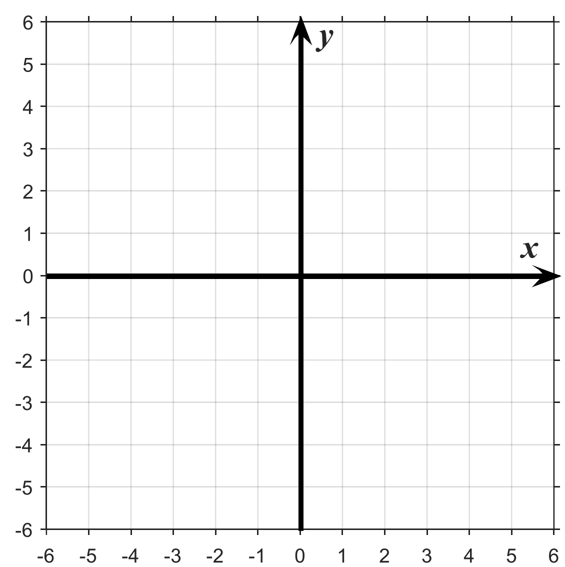
$\boldsymbol{k} =$



b) $y = \frac{10}{x}$

x	y
2	
3	
4	
6	

$\boldsymbol{k} =$



EXERCICE 40

Déterminez la fonction rationnelle à partir de la table des valeurs :

a)

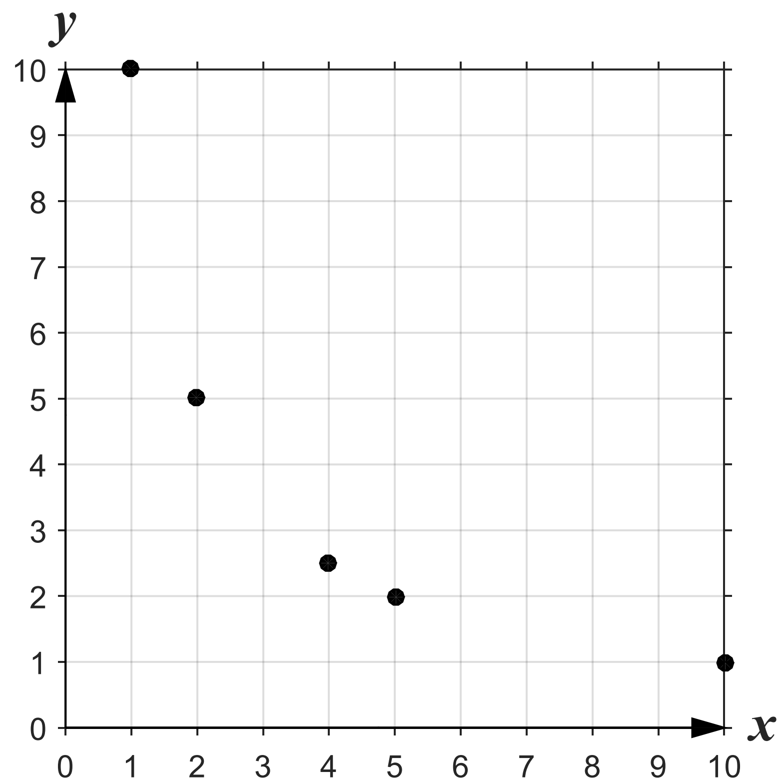
x	y
2	8
4	4
5	3,2
8	2

b)

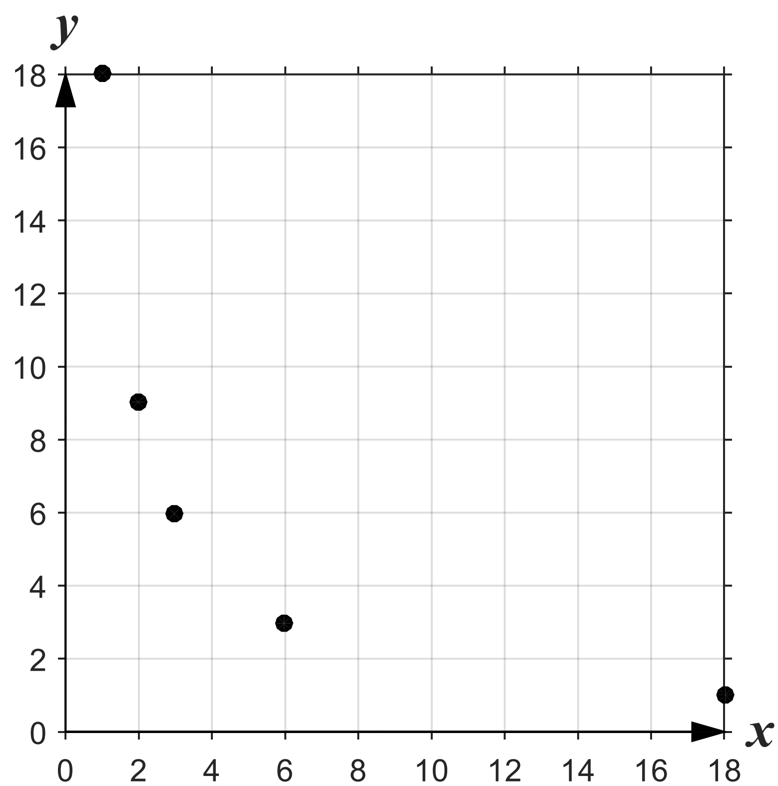
x	y
1	5
2	2,5
4	1,25
5	1

EXERCICE 41

a) Déterminez la fonction rationnelle à partir du graphique suivant :



b) Déterminez la fonction rationnelle à partir du graphique suivant :



10. SYNTHÈSE

10.1 UN VOYAGE À QUÉBEC

Vous partez en vacances à Québec avec une voiture consommant 9,2 L/100 km. Vous habitez à Gaspé et vous savez que vous devrez parcourir 700 km. Le prix de l'essence est 1,35 $/L.

a) Définissez vos variables x et y, puis déterminez une fonction représentant le prix de votre voyage en fonction du nombre de kilomètres parcourus.

b) Combien coutera en essence votre voyage aller-retour ?

10.2 LE CHAUFFAGE D'UNE MAISON

Votre maison est chauffée l'hiver à partir d'une chaudière au mazout. Vous savez que le réservoir est plein et contient 950 litres. Vous savez aussi que votre consommation moyenne en mazout est de 8,5 litres par jour.

a) Définissez vos variables x et y, puis déterminez une fonction représentant le nombre de litres disponibles en fonction du nombre de jours écoulés.

b) Dans combien de jours le réservoir sera-t-il vide ?

10.3 UN VOYAGE DANS L'OUEST

Vous achetez une voiture pour faire un voyage dans l'Ouest canadien avec des amis. La voiture coûte 1 200 $ et consomme 9,8 L/100 km. Vous savez que vous devrez parcourir, aller-retour, environ 8 000 km. Vous aimeriez diviser le montant pour la voiture et le montant de l'essence à parts égales. Le prix de l'essence est 1,35 $/L.

a) Déterminez la fonction permettant de calculer le montant déboursé par chaque personne en fonction du nombre de personnes présentes.

b) À l'aide de votre modèle, calculez combien paiera chaque personne si vous êtes trois amis dans la voiture.

10.4 UN SOUPER ENTRE AMIS

Vous organisez un souper entre amis et vous prévoyez un montant de 275 $ pour l'achat de mets gastronomiques. Bien que vous ignoriez combien de personnes seront présentes, vous avez prévu diviser le montant de la facture à parts égales.

a) Déterminez la fonction permettant de calculer le montant déboursé par chaque personne en fonction du nombre de personnes présentes.

b) Combien paiera chaque personne si 11 de vos amis sont présents.

Bibliographie

Gauthier, C., Bissonnette, S., Richard, M., et Castonguay, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves. La gestion des apprentissages.* Saint-Laurent : Éditions du renouveau pédagogique.

Gauthier, C., Bissonnette, S., et Richard, M. (2009). Réussite scolaire et réformes éducatives. *Revue de recherche appliquée sur l'apprentissage, 2*, numéro spécial, article 1. Document téléaccessible à l'adresse <http://r-libre.teluq.ca/778/1/R%C3%A9ussite%20scolaire%20et%20r%C3%A9forme%20%C3%A9ducative.pdf>.

Gauthier, C., Mellouki, M., Simard, D., Bissonnette, S., et Richard, M. (2005). Quelles sont les pédagogies efficaces ? Un état de la recherche. *Les Cahiers du débat*, janvier, 3-48. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.robertbibeau.ca/pedagogie%20efficace.pdf>.

Gauthier, C. et Dembélé, M. (2004). Qualité de l'enseignement et qualité de l'éducation : revue des résultats de recherche. *Paper commissioned for the EFA Global Monitoring Report 2005, The Quality Imperative*. Document téléaccessible à l'adresse <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001466/146641f.pdf>.

Gauthier, C., Martineau, S., Desbiens, J.-F., Malo, A. et Simard, D. (1997). *Pour une théorie de la pédagogie. Recherches contemporaines sur le savoir des enseignants.* Québec : Les Presses de l'Université Laval.

Québec (Gouvernement du Québec) (2017). *Programme d'études. Mathématique. Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie. Formation générale des adultes. Formation de base diversifiée.* Québec : Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, direction de l'éducation des adultes et de la formation continue. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/educ_adulte_action_comm/Prog_Mathematique_FBD_2017_FR.pdf>.

Commission scolaire
des Chic-Chocs

102 rue Jacques-Cartier
Gaspé (Québec), G4X 2S9

Tél. : 418-368-3499
Secteur Gaspé : 1-877-368-8844, poste 6114
Secteur Sainte-Anne-des-Monts : 1-877-368-8844, poste 7815

Centre de formation
DE LA
CÔTE-DE-GASPÉ

85, boul. de Gaspé
Gaspé (Québec), G4X 2T8

Tél. : 418-368-6117, poste 6100
Sans frais : 1-877-534-0029
Téléc. : 418-368-5544

Centre de formation
DE LA
HAUTE-GASPÉSIE

27, route du Parc
Sainte-Anne-des-Monts (Québec), G4V 2B9

Tél. : 418-763-5323, poste 7700
Sans frais : 1-844-601-3919
Téléc. : 418-763-730