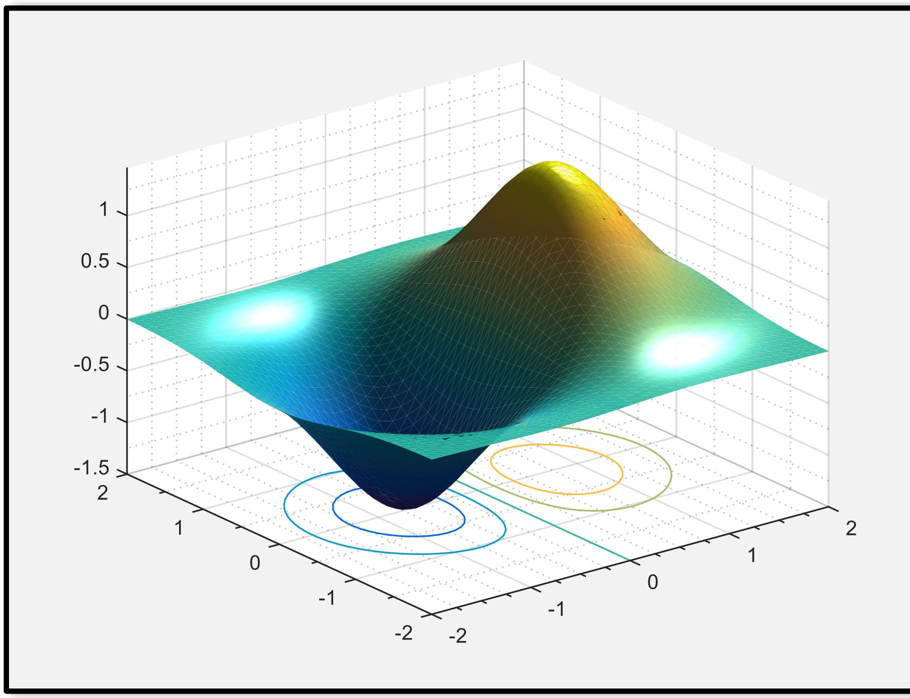
MAT-3053-2



Représentation géométrique

Centre de formation de la Côte-de-Gaspé

Commission scolaire des Chic-Chocs

MAT-3053-2

Représentation géométrique

Programmation des figures et mise en forme par
Jonathan Chartrand

En collaboration avec
Florianne Francoeur, Nathalie Bernier, Nicole Perreault, Antoine Gauvreau-Rivière, Stéphanie Besner-Depocas, Olier Raby

Dernière révision : 16 décembre 2019

Conçu pour une impression recto verso

Document offert en format numérique ou imprimé à l'adresse :
matfga.weebly.com

Introduction

Ce cahier a été créé pour les apprenants de la formation générale des adultes du Québec. Inspiré des préceptes de l'enseignement explicite popularisés par le professeur Clermont Gauthier (2013, 2009, 2005, 2004, 1997), il vise à compléter l'accompagnement de l'enseignant(e) en classe.

En général, un design pédagogique misant sur l'étayage (*scaffolding*) intègre les enjeux du développement des compétences en conciliant l'enseignement explicite et la *pédagogie des situations* (figure A).

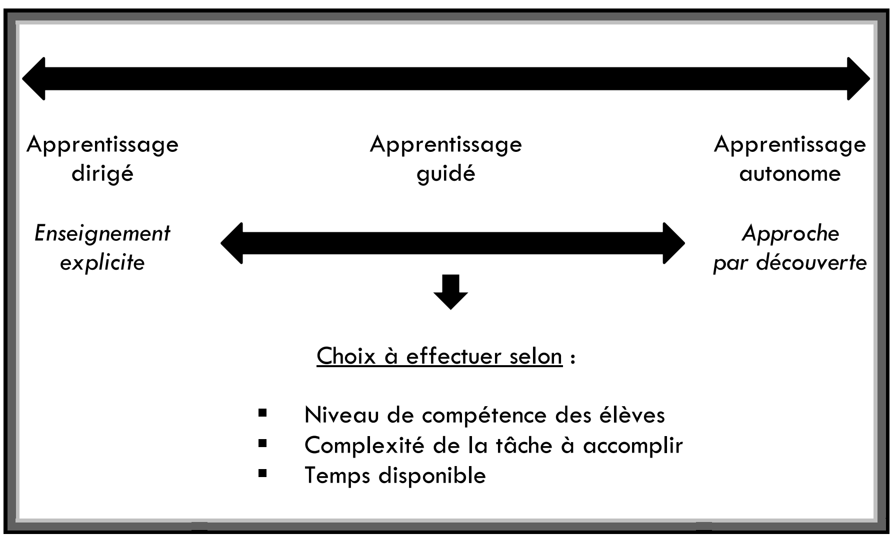


Figure A

Continuum du niveau de soutien pédagogique (*scaffolding*)

(Adapté de Gauthier et coll., 2013)

On retrouve dans les pages qui suivent plusieurs exercices respectant les savoirs prescrits du programme ministériel (Québec, 2017). L'objectif poursuivi est la maîtrise de savoirs mathématiques décontextualisés, condition nécessaire à la résolution de problèmes (mise en situation) et au développement des compétences.

Table des matières

PARTIE 1 : EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

1. NOMBRES RATIONNELS ET IRRATIONNELS

1.1 RATIO

Un ratio est le rapport entre deux nombres.

EXEMPLE 1

Dans une classe, il y a une enseignante pour 32 élèves. Quel est le ratio ?

Réponse : Le ratio est : $\frac{1}{32}$

EXEMPLE 2

À l'examen de signalisation routière, j'ai réussi 28 questions sur un total de 30 questions. Quel est le ratio ?

Réponse : Le ratio est : $\frac{28}{30} = \frac{14}{15}$

EXERCICE 1

Quel est le ratio ? Réduisez à la plus simple expression.

a) J'ai 86 bonnes réponses sur 100 questions. ________

b) Je parcours 700 km en 8 heures. ________

c) Je consomme 8 litres d'essence lorsque je parcours 100 km. ________

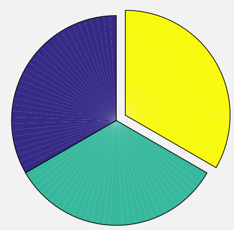
d) Je calcule la circonférence d'un cercle (C) sur son diamètre (D). ________

1.2 NOMBRE RATIONNEL

Un nombre *rati*onnel est le ratio de deux nombres. C'est une fraction.

EXEMPLE 1

J'ai mangé le tiers d'une tarte aux pommes



Écrivez le nombre rationnel (la fraction).

Réponse : $\frac{1}{3}$

EXERCICE 2

Écrivez le nombre rationnel (la fraction). Réduisez à la plus simple expression.

a) J'ai parcouru la moitié de la distance. ________

b) J'ai complété les deux tiers de mon cours. ________

c) J'ai consommé les trois quarts de mon réservoir d'essence. ________

d) J'ai bu un cinquième de ma bouteille d'eau. ________

e) Sur un piano, il y a 52 touches blanches sur un total de 88. ________

f) Cette maison a trois chambres à coucher sur sept pièces. ________

g) Cette recette demande 4 ml de beurre pour 250 ml de lait. ________

1.2.1 DÉCIMALE ENTIÈRE

Un nombre rationnel (une fraction) est un nombre décimal. C'est le résultat obtenu lorsqu'on divise les deux nombres d'un ratio. Si le nombre de décimales est fini, il s'agit d'un nombre à décimale entière.

<u>EXEMPLE 1</u>

Exprimez la fraction $\frac{1}{2}$ en nombre décimal. S'agit-il d'un nombre à décimale entière ?

Réponse : $\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0{,}5$

Puisque le nombre de décimal est fini, il s'agit d'un nombre à décimale entière.

<u>EXERCICE 3</u>

Écrivez le nombre rationnel (la fraction) sous sa forme décimale. Laissez les traces de vos calculs. S'agit-il d'un nombre à décimale entière ?

a) $\frac{4}{5}$ ______________________

b) $\frac{95}{100}$ ______________________

c) $\frac{7}{8}$ ______________________

d) $\frac{63}{64}$ ______________________

e) $\frac{3}{4}$ ______________________

f) $\frac{1}{160}$ ______________________

1.2.2 DÉCIMALE INFINIE PÉRIODIQUE

Lorsqu'on divise des nombres, si une séquence de décimales se prolonge à l'infini, il s'agit d'un nombre à décimale infinie périodique.

<u>EXEMPLE 1</u>

Exprimez la fraction $\frac{1}{3}$ en nombre décimal. S'agit-il d'un nombre à décimale infinie périodique ?

Réponse : $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0{,}3333333333333333333333333 \ldots = 0,\overline{3}$

Puisque la séquence de décimale se prolonge à l'infini, il s'agit d'un nombre à décimale infinie périodique. La période est égale à 3.

<u>EXERCICE 4</u>

S'agit-il d'un nombre à décimale périodique ? Laissez les traces de vos calculs

a) $\frac{1}{6}$ ____________________

b) $\frac{2}{9}$ ____________________

c) $\frac{1}{15}$ ____________________

d) $\frac{2}{11}$ ____________________

e) $\frac{5}{74}$ ____________________

f) $\frac{36}{41}$ ____________________

1.3 NOMBRE IRRATIONNEL

Un nombre irrationnel est un nombre qu'on <u>ne peut pas</u> exprimer à l'aide d'un nombre à décimale entière ou à décimale infinie périodique **ET** qu'on <u>ne peut pas</u> s'exprimer comme le ratio de deux nombres entiers.

<u>EXEMPLE 1</u>

Exprimez la fraction $\frac{1}{7}$ en nombre décimal. S'agit-il d'un nombre irrationnel ?

Réponse : $\frac{1}{7} = 1 \div 7 = 0{,}142857\ 142857\ \ldots$

Il s'agit d'un nombre rationnel, car il s'exprime comme le ratio de deux nombres entiers et car les décimales se prolongent à l'infini avec une période.

<u>EXERCICE 5</u>

S'agit-il d'un nombre irrationnel ? Laissez les traces de vos calculs

a) $\frac{3}{13}$ ______________________

b) $\frac{\pi}{2}$ ______________________

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ______________________

d) $\frac{5}{7}$ ______________________

e) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ______________________

1.4 CARRÉ ET RACINE CARRÉE

Le carré est la multiplication de deux nombres identiques. On écrit le carré à l'aide d'un exposant.

La racine carrée est l'opération inverse du carré. On écrit la racine carrée avec le radical : $\sqrt{\ }$

<u>EXEMPLE 1</u>

Quel est le carré de 4 ?

Réponse : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

<u>EXEMPLE 2</u>

Quelle est la racine carrée de 16 ?

Réponse : $\sqrt{16} = 4$

<u>EXERCICE 6</u>

Effectuez le calcul demandé. Est-ce un nombre irrationnel ?

a) Le carré de 9 ____________ ____________

b) La racine carrée de 9 ____________ ____________

c) Le carré de 5 ____________ ____________

d) La racine carrée de 25 ____________ ____________

e) Le carré de 7 ____________ ____________

1.5 CUBE ET RACINE CUBIQUE

Le cube est la multiplication de trois nombres identiques. On écrit le cube à l'aide d'un exposant.

La racine cubique est l'opération inverse du cube. On écrit la racine cubique avec le radical : $\sqrt[3]{}$

<u>EXEMPLE 1</u>

Quel est le cube de 4 ?

Réponse : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

<u>EXEMPLE 2</u>

Quelle est la racine carrée de 64 ?

Réponse : $\sqrt[3]{64} = 4$

<u>EXERCICE 7</u>

Effectuez le calcul demandé. Est-ce un nombre irrationnel ?

a) Le cube de 3 ________________ ________________

b) La racine cubique de 27 ________________ ________________

c) Le cube de 5 ________________ ________________

d) La racine cubique de 125 ________________ ________________

e) Le cube de 2 ________________ ________________

1.6 NOTATION EXPONENTIELLE ET RADICAUX

Un radical est un exposant fractionnaire dont le numérateur est égal à 1 et dont le dénominateur est égal à la racine.

EXEMPLE 1

Écrivez le radical ou l'exposant équivalent.

a)

$$\sqrt{4}$$

Réponse : $\sqrt{4} = \sqrt[2]{4} = 4^{\frac{1}{2}}$

b)

$$27^{\frac{1}{3}}$$

Réponse : $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}$

EXERCICE 8

Écrivez le radical ou l'exposant équivalent. Est-ce un nombre irrationnel ?

a) $\sqrt[3]{64}$ ______________________ __________

b) $64^{\frac{1}{2}}$ ______________________ __________

c) $\sqrt[4]{128}$ ______________________ __________

d) $\sqrt{49}$ ______________________ __________

e) $9^{\frac{1}{3}}$ ______________________ __________

f) $\sqrt[3]{729}$ ______________________ __________

g) $12^{\frac{1}{2}}$ ______________________ __________

h) $16^{\frac{1}{2}}$ ______________________ __________

i) $\sqrt{60}$ ______________________ __________

j) $\sqrt[3]{64}$ ______________________ __________

k) $2^{\frac{1}{7}}$ ______________________ __________

l) $56^{\frac{1}{5}}$ ______________________ __________

m) $\sqrt{8}$ ______________________ __________

n) $\sqrt[3]{8}$ ______________________ __________

o) $25^{\frac{1}{2}}$ ______________________ __________

p) $\sqrt{100}$ ______________________ __________

q) $5^{\frac{1}{3}}$ ______________________ __________

r) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ ______________________ __________

s) $\sqrt[3]{a^2 + b}$ ______________________ __________

2. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES

2.1 DISTRIBUTION D'UN EXPOSANT À UNE FRACTION

Un exposant se distribue au numérateur et au dénominateur d'une fraction.

<u>EXEMPLE 1</u>

Réécrivez l'expression en distribuant l'exposant.

a)

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2$$

Réponse : $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

b)

$$\sqrt{\frac{4}{9}}$$

Réponse : $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{3}$

c)

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$$

Réponse : $\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}$

EXERCICE 9

Réécrivez l'expression en distribuant l'exposant.

a) $\left(\frac{1}{9}\right)^2$ ____________________

b) $\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ ____________________

c) $\left(\frac{13}{4}\right)^1$ ____________________

d) $\left(\frac{2}{7}\right)^0$ ____________________

e) $\sqrt{\frac{25}{4}}$ ____________________

f) $\sqrt[3]{\frac{8}{1000}}$ ____________________

g) $\left(\frac{10}{31}\right)^2$ ____________________

h) $\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$ ____________________

i) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$ ____________________

j) $\left(\frac{2}{25}\right)^2$ ______________________

k) $\left(\frac{2}{5}\right)^1$ ______________________

l) $\left(\frac{13}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ ______________________

m) $\left(\frac{2}{7}\right)^3$ ______________________

n) $\sqrt{\frac{16}{9}}$ ______________________

o) $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}$ ______________________

p) $\left(\frac{10}{15}\right)^2$ ______________________

q) $\left(\frac{13}{14}\right)^0$ ______________________

r) $\sqrt[3]{\frac{343}{512}}$ ______________________

s) $\sqrt{\frac{100}{81}}$ ______________________

2.2 CONCATÉNATION D'UN EXPOSANT

Si un exposant est appliqué à une parenthèse contenant un exposant, on multiplie les exposants.

EXEMPLE 1

Simplifiez l'expression suivante :

a)

$$(9^2)^3$$

Réponse : $(9^2)^3 = 9^{2\times3} = 9^6$

b)

$$\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{6}}\right)^2$$

Réponse : $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{6}}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{6}\times2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$ ou $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

EXERCICE 10

Simplifiez l'expression.

a) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^3$ ____________________

b) $\left(64^{\frac{1}{2}}\right)^6$ ____________________

c) $\left(\left(\frac{1}{9}\right)^2\right)^2$ ____________________

d) $\left(\frac{4^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{3}}}\right)^6$ ____________________

e) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^0\right)^{\frac{1}{3}}$ ____________________

f) $\left(\sqrt[3]{\frac{8}{1000}}\right)^3$ ____________________

g) $\left(\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ____________________

h) $\left(\sqrt[3]{\frac{64}{125}}\right)^6$ ____________________

i) $\left(\frac{16^9}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ ____________________

j) $\left(\sqrt{\frac{25}{4}}\right)^2$ ____________________

2.3 EXPOSANT NÉGATIF

Si un exposant est négatif, on peut le remplacer par un exposant positif appliqué à l'inverse d'un nombre fractionnaire.

<u>EXEMPLE 1</u>

Remplacez l'exposant par un exposant positif, puis simplifiez l'expression :

a)

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$$

Réponse : $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

b)

$$3^{-2}$$

Réponse : $3^{-2} = \left(\frac{3}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$

<u>EXERCICE 11</u>

Simplifiez l'expression.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ______________________________

b) 4^{-3} ______________________________

c) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-3}$ ______________________________

d) $\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$ ______________________________

e) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{-6}$ ______________________________

f) $64^{-\frac{1}{2}}$ ______________________________

g) $\left(\left(\frac{5}{2}\right)^{-9}\right)^{\frac{1}{3}}$ ______________________________

h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ______________________________

i) $\sqrt{\left(\frac{3}{16}\right)^{-6}}$ ______________________________

j) $\left(\sqrt{\frac{25}{4}}\right)^{-2}$ ______________________________

2.4 NOTATION SCIENTIFIQUE

La notation scientifique permet d'écrire de très petits ou de très grands nombres à l'aide d'un exposant en base 10. Le nombre de chiffres avant ou après la virgule détermine l'exposant. Si le nombre est plus petit que 1, l'exposant est négatif. On garde seulement un chiffre à gauche de la virgule.

<u>EXEMPLE 1</u>

Écrivez en notation scientifique les expressions suivantes.

a) $1\ 000\ 000\ 000$

Réponse : $1\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^9$

b) $0{,}000\ 002$

Réponse : $0{,}000\ 002 = 2 \times 10^{-6}$

c) $2\ 300 + 10\ 000$

Réponse : $2\ 300 + 10\ 000 = 12\ 300 = 1{,}23 \times 10^4$

d) $(10^3)^2$

Réponse : $(10^3)^2 = 10^6 = 1\ 000\ 000 = 1 \times 10^6$

e) $10^2 + 10^3$

Réponse : $10^2 + 10^3 = 100 + 1\ 000 = 1\ 100 = 1{,}1 \times 10^3$

f) $\frac{1}{16\ 000\ 000}$

Réponse : $\frac{1}{16\ 000\ 000} = 1 \div 16\ 000\ 000 = 0{,}000\ 000\ 062\ 5 = 6{,}25 \times 10^{-8}$

<u>EXERCICE 12</u>

Écrivez en notation scientifique les expressions suivantes.

a) $\sqrt{0{,}16}$ ______________________

b) 12^{-1} ______________________

c) $0{,}005$ ______________________

d) $\sqrt{0{,}25}$ ______________________

e) $(0{,}2)^{\frac{1}{3}}$ ______________________

f) $\sqrt[3]{10\ 000}$ ______________________

g) $(0{,}002)^{\frac{1}{2}}$ ______________________

h) $16\ 000^{\frac{1}{2}}$ ______________________

i) $\sqrt{0{,}6}$ ______________________

j) $1\ 000$ ______________________

k) $12\ 000\ 000\ 000$ ______________________

l) $0{,}000\ 006$ ______________________

m) $(0{,}01)^2$ ______________________

3. EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

3.1 COEFFICIENT, BASE ET EXPOSANT

Une expression algébrique est composée d'un *coefficient*, d'une *base* et d'un *exposant*.

<u>EXEMPLE 1</u>

Quels sont la base, l'exposant et le coefficient de l'expression :

$$\boxed{3x^2}$$

(1) Le *coefficient* est le nombre par lequel on multiplie l'expression. Le coefficient est donc « 3 ».

(2) La *base* est la variable sur lequel on applique l'exposant. La base est donc « x ».

(3) L'*exposant* est le nombre écrit en haut et à droite de la base. L'exposant est donc « 2 ».

<u>EXEMPLE 2</u>

Quels sont la base, l'exposant et le coefficient de l'expression :

$$\boxed{x^{\frac{1}{3}}}$$

(1) Puisque $1x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}}$, le *coefficient* est « 1 ».

(2) La *base* est « x ».

(3) L'*exposant* est « $\frac{1}{3}$ ».

EXEMPLE 3

Quels sont la base, l'exposant et le coefficient de l'expression :

$$\boxed{\frac{x}{3}}$$

(1) Puisque $\frac{x}{3} = \frac{1}{3}x$, le *coefficient* est « $\frac{1}{3}$ ».

(2) La *base* est « x ».

(3) Puisque $x = x^1$, l'exposant est « 1 ».

EXEMPLE 4

Quels sont la base, l'exposant et le coefficient de l'expression :

$$\boxed{x}$$

(1) Puisque $1x = x$, le *coefficient* est « 1 ».

(2) Puisque $x^1 = x$, la *base* est « x ».

(3) Puisque $x^1 = 1$, l'exposant est « 1 ».

EXEMPLE 5

Quelle est la réponse des trois expressions suivantes :

a) x^0

b) 1^0

c) 999^0

Réponses : $x^0 = 1^0 = 999^0 = 1$

EXERCICE 13

Déterminez le *coefficient*, la *base* et l'*exposant* de chaque expression. Indiquez clairement vos trois réponses.

		COEFFICIENT	BASE	EXPOSANT
a)	$\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}}$	__________	__________	__________
b)	$\left(\frac{x}{3}\right)^2$	__________	__________	__________
c)	$5x$	__________	__________	__________
d)	a^0	__________	__________	__________
e)	$12x^2$	__________	__________	__________
f)	$a^{\frac{1}{2}}$	__________	__________	__________
g)	x^3	__________	__________	__________
h)	$\frac{1}{7}x$	__________	__________	__________
i)	$\frac{x^3}{2}$	__________	__________	__________
j)	$2b^{\frac{1}{7}}$	__________	__________	__________
k)	$2x^5$	__________	__________	__________

l)	$\frac{3x}{4}$	__________	__________	__________
m)	$4x^2$	__________	__________	__________
n)	$\frac{1}{16}b^{\frac{1}{4}}$	__________	__________	__________
o)	$\frac{2}{3}a$	__________	__________	__________
p)	$x^{\frac{1}{3}}$	__________	__________	__________
q)	z^0	__________	__________	__________
r)	$4x^{\frac{1}{2}}$	__________	__________	__________
s)	$\frac{1}{8}x^{\frac{1}{2}}$	__________	__________	__________
t)	$\frac{3}{5}x^{\frac{1}{5}}$	__________	__________	__________
u)	$x^{\frac{1}{3}}$	__________	__________	__________
v)	$\left(\frac{x}{5}\right)^2$	__________	__________	__________
w)	$2\sqrt{x^3}$	__________	__________	__________
x)	y	__________	__________	__________
y)	$(20x)^3$	__________	__________	__________

3.2 TERMES

Dans une expression algébrique, les termes sont séparés par + ou −

- Une expression avec un terme se nomme un *monôme*.
- Une expression avec deux termes se nomme un *binôme*.
- Une expression avec trois termes se nomme un *trinôme*.
- Une expression avec quatre termes se nomme un *polynôme*.

<u>EXEMPLE 1</u>

Combien y a-t-il de termes dans cette expression ? Nommez là.

$$x + 2y - \frac{1}{3}$$

Réponse : Il y a trois termes (séparés par + ou −). Il s'agit donc d'un *trinôme*.

<u>EXEMPLE 2</u>

Combien y a-t-il de termes dans cette expression ? Nommez là.

$$-z^{\frac{1}{3}} - z^2$$

Réponse : Il y a deux termes (séparés par + ou −). Il s'agit donc d'un *binôme*.

EXERCICE 14

Nommez les expressions (monôme, binôme, trinôme ou polynôme).

a) $2x^3 + x^2 + x$ ______________________

b) $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} - 1$ ______________________

c) $\left(\frac{a}{4}\right)^2$ ______________________

d) $2x$ ______________________

e) $7b$ ______________________

f) $5x^3 + x^2 - 3x - 1$ ______________________

g) $a^{\frac{1}{2}} + b + c^3$ ______________________

h) $x^3 + y^2 - 3$ ______________________

i) $\frac{1}{3}x - 2$ ______________________

j) $\frac{1}{2}x^3 - x + 5$ ______________________

k) $x^3 + x^2 + x + 1$ ______________________

l) $5x$ ______________________

m) $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{1}{2}}$ ______________________

3.2.1 TERMES SEMBLABLES

On dit que les termes sont semblables lorsqu'ils ont la même base et le même exposant.

<u>EXEMPLE 1</u>

Quels termes de l'expression suivante sont semblables ?

$$-x + y^2 + 3x^3 - 2y - 4y^2 + 5x$$

On identifie les termes semblables :

$$\boxed{-x} + y^2 + 3x^3 - 2y - 4y^2 \boxed{+ 5x}$$

Réponse :

- Les termes $-x$ et $5x$ sont semblables (même base et exposant).
- Les termes y^2 et $-4y^2$ sont semblables (même base et exposant).

<u>EXEMPLE 2</u>

Quels termes de l'expression suivante sont semblables ?

$$-4 + y^2 - z - x + 3y^2 + 2z$$

On identifie les termes semblables :

$$-4 \boxed{+ y^2} - z - x \boxed{+ 3y^2} + 2z$$

Réponse :

- Les termes $-z$ et $2z$ sont semblables (même base et exposant).
- Les termes y^2 et $3y^2$ sont semblables (même base et exposant).

EXERCICE 15

Identifiez les termes semblables :

a) $2x + 5x^2 + 3x - 3x^3$

b) $\frac{2}{3}a + \frac{5}{2}b^3 + 3bx - 3b^3$

c) $3b - 5 + b - a^2$

d) $7 + y^3 + x^2 - 2y^3 + 2$

e) $x + \frac{1}{2}x^2 + x^2 - 2x - 1$

f) $2x + 3y + 5y - 1 + x$

g) $0{,}2a^3 + 0{,}3b^2 - 3 + a^3$

h) $\frac{1}{3}x^2 + 2x - x^2 - 2 + 5x - 1$

i) $\frac{1}{5}x^3 - 0{,}2x^2 - 0{,}3x + 2 - x^3$

j) $0{,}2x - 3 + y - 4x + 1 + 2y$

k) $0{,}2x - 3 + 4y - z + 2$

l) $\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}xy^2 + 3x^2y - 5z$

m) $ax + a - \frac{5}{2}ax + 13a$

n) $12xyz - 2xy + xyz - 4 + xy$

o) $-\frac{3}{4}x + \frac{5}{8}x^2 + 5y + x - 2y$

p) $5x - y + z + z - y + 3z^2 - x$

q) $2a + 2a^2 - 5 + a + 1 - 3a^2$

r) $4y - \frac{2}{3}x - 5y + \frac{1}{4}x - 5y^2$

3.3 ADDITION ET SOUSTRACTION

On peut additionner ou soustraire les coefficients des termes semblables pour simplifier une expression algébrique.

EXEMPLE 1

$$x^2 - 2x + 3 + 3x - 2x^2 + 1$$

On identifie les termes semblables, puis on simplifie l'expression :

$$\boxed{x^2} - 2x + 3 + 3x \boxed{- 2x^2} + 1$$

$$-x^2 + x + 4$$

EXERCICE 16

Simplifiez les expressions suivantes :

a) $2x + 5x^2 + 3x - 3x^3$ ____________________

b) $3b - 5 + b - a^2$ ____________________

c) $x + \frac{1}{2}x^2 + x^2 - 2x - 1$ ____________________

d) $0{,}2a^3 + 0{,}3b^2 - 3 + a^3$ ____________________

e) $\frac{1}{5}x^3 - 0{,}2x^2 - 0{,}3x + 2 - x^3$ ____________________

f) $2{,}1x - 3{,}2y - 0{,}5 + 0{,}1y - \frac{1}{2}$ ____________________

g) $\frac{1}{3} + z - y + \frac{2}{3}z - 2 + y + x$ ____________________

h) $x^2 + 2y^3 - x + \frac{3}{2}x - 1 + y^3$ ____________________

i) $2x^3 + 2y - 2x^3 + 10 - y$ ____________________

j) $0{,}5a^{\frac{1}{3}} + 2b - a^{\frac{1}{3}} - 6b + a^2 - 2$ ____________________

k) $76z + 81a - 10z + 13a + 15z$ ____________________

l) $2a + 3b - 5b + 2 - a + b - 1$ ____________________

m) $z + z + 3y + 2 - y$ ____________________

n) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{8}x^3 + \frac{1}{2}x + 3x - \frac{3}{8}x^3$ ____________________

o) $2x^{\frac{1}{2}} - 4x^{\frac{1}{3}} + 0{,}5x^{\frac{1}{2}} - 1 + x^{\frac{1}{3}}$ ____________________

p) $0{,}9a + 0{,}1b - 0{,}3a^2 + 2{,}2b$ ____________________

q) $z - y + z - y - 2z + 2y$ ____________________

r) $\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x^3 + x - 1 + x^2$ ____________________

3.4 MULTIPLICATION

Lorsqu'on multiplie des expressions algébriques, on calcule le produit des coefficients et on additionne les exposants des variables identiques. Par convention, on classe les variables en ordre alphabétique.

EXEMPLE 1

$$2ab \cdot 3a \ = \ 6a^2b$$

EXEMPLE 2

$$2(b \cdot 4a^3) \ = \ 8a^3b$$

EXEMPLE 3

$$\frac{2}{3}a^2 \cdot b^2 \cdot 3a \cdot \frac{1}{6}b \ = \ \frac{1}{3}a^3b^3$$

EXERCICE 17

Effectuez la multiplication des expressions suivantes :

a) $ax \cdot 5a^2 \cdot 3a \cdot 2a$ ____________________

b) $5b(2 \cdot 3b \cdot 4a^2)$ ____________________

c) $x \cdot \frac{1}{2}x^2 \cdot x^2 \cdot 2x \cdot 1$ ____________________

d) $0{,}9a^3 \cdot 0{,}1b^2 \cdot 3{,}2 \cdot ax^3$ ____________________

e) $\frac{1}{2}x^2 \cdot 0{,}1x^2 \cdot 0{,}25x \cdot 2 \cdot x$ ____________________

f) $4xy \cdot 2x^2y \cdot 3xy^2 \cdot 3x \cdot 4y$ ____________________

g) $\frac{1}{2}x^2(x^2 \cdot 2y) \cdot 5$ ____________________

h) $a^2 \cdot 0{,}5a^2 \cdot 3ax^3 \cdot a^2x^3 \cdot ax$ ____________________

i) $\frac{1}{3}x^2 \cdot 0{,}1x^2 \cdot 0{,}25x \cdot 2 \cdot x$ ____________________

j) $\frac{3}{4}xy \cdot 5(6y \cdot b)$ ____________________

k) $\frac{5}{8}x\left(\frac{1}{2}y \cdot z\right)$ ____________________

l) $12 \cdot x \cdot xy \cdot y^2 \cdot 2xy$ ____________________

m) $0{,}2xyz(3y \cdot 5z \cdot x)$ ____________________

n) $3 \cdot az \cdot a^2 \cdot \frac{1}{2}z^3 \cdot 4az$ ____________________

o) $0{,}3x \cdot 2y \cdot 4{,}2xy(2y \cdot 3x \cdot 1{,}1)$ ____________________

p) $12x^2 \cdot xy^2 \cdot 3x \cdot 2xy \cdot 5x$ ____________________

q) $\frac{1}{3}x^2\left(\frac{2}{5}y^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{4}x^{\frac{1}{3}}y \cdot y^2\right)$ ____________________

r) $(xy^2) \cdot (xy^2)^{-1}$ ____________________

3.4.1 DISTRIBUTIVITÉ

On peut distribuer un facteur multiplicatif à tous les termes contenus dans une parenthèse.

EXEMPLE 1

$$2x(x^2 + 3y^2 - 4)$$

$$\therefore\ 2x^3 + 6xy^2 - 8x$$

EXEMPLE 2

$$7 - \frac{1}{3}(2a + 3b^3 - 1)$$

$$7 - \frac{2}{3}a - b^3 + \frac{1}{3}$$

$$\therefore\ -\frac{2}{3}a - b^3 + \frac{22}{3}$$

EXERCICE 18

Effectuez les multiplications dans les expressions et simplifiez la réponse :

a) $-(x - y^3 + 2z^2 - 0{,}4)$

b) $$\frac{1}{2}xy\left(-\frac{1}{3}z + xz - 2y^2\right)$$

c) $$1 - 4a\left(b^2 - \frac{1}{3}\right)$$

d) $$5x(x + x^3y + 2z)$$

e) $$-\frac{3}{2}\left(-x - \frac{1}{4}y + 3z^2\right)$$

f) $$0{,}5a\big(2{,}1a^3bc^2 - a^2(2a+b)\big)$$

g) $$\frac{5}{3} - 12x\left(x^2y + 3\left(x - \frac{2}{3}z\right)\right)$$

h) $$2x - 4y(6x^3 - y) + 1$$

i) $$0{,}4(-0{,}1x^2 + 0{,}2xy + 4)$$

j) $$-x\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}y\right)$$

k) $$0{,}2x + 6 - 3xz(x + y - 1)$$

l) $$2ab(5a^2 - 1 + 6c) - \frac{3}{8}$$

m) $$-(2x + 3y + z)$$

n) $$1-\frac{1}{2}x^3z\left(3x-5+\frac{2}{3}z\right)$$

o) $$-2x(0{,}5y+2z^2)$$

p) $$1-\frac{1}{3}y(x+2z^2)+5$$

q) $$\frac{4}{3}xyz\left(\frac{3}{2}z-\frac{5}{4}x^2+y-1\right)$$

3.4.2 DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ

Deux parenthèses successives indiquent une <u>multiplication terme à terme.</u>

<u>EXEMPLE 1</u>

$$\left(\frac{2}{3}x^2 + 3y^2\right)(6x - 9z) = 4x^3 - 6x^2z + 18xy^2 - 27y^2z$$

<u>EXEMPLE 2</u>

$$\left(-\frac{1}{2}x + 1\right)^2 + 5 = \left(-\frac{1}{2}x + 1\right)\left(-\frac{1}{2}x + 1\right) + 5$$

$$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x + 1 + 5$$

$$= \frac{1}{4}x^2 - x + 6$$

<u>EXERCICE 19</u>

Effectuez les multiplications dans les expressions et simplifiez la réponse :

a) $(-0{,}3x^2y - 0{,}5xz^3)^2$

b) $$(0{,}5xy^2 - 0{,}2y^2z)(-0{,}1x - 4)$$

c) $$\left(\frac{1}{3}x^2 - 2y^2\right)\left(\frac{6}{5}x - 4y\right)$$

d) $$\left(-\frac{1}{2}x + 1\right)^2 - 3 + z$$

e) $$(0{,}1a - 2{,}3b^2)(4{,}2a^2 - b) + 2$$

f) $$(6y^2 - 2z)(-3 - 0{,}5x) - 1$$

g) $$x^2y^2 + (-1{,}3x^2yz^3 - 0{,}2xy)^2$$

h) $$-1-(a-3b^2)(a^2-4c)$$

i) $$\left(-\frac{6}{7}x^2y^2-\frac{2}{3}xz\right)\left(-yz-\frac{5}{16}x\right)-2$$

j) $$3x^2+(5+3x)^2$$

3.4.3 FACTORISATION (MISE EN ÉVIDENCE)

On peut factoriser (mettre en évidence) ce qu'ont en commun plusieurs termes à l'aide d'une parenthèse (principe de la distributivité).

EXEMPLE 1

$$2x + 8x^2 = 2x(1 + 4x)$$

Vérification :

$$2x(1 + 4x) = 2x + 8x^2$$

EXEMPLE 2

$$4x + 8x^2 - 16x^3 = 4x(1 + 2x - 4x^2)$$

Vérification :

$$4x(1 + 2x - 4x^2) = 4x + 8x^2 - 16x^3$$

EXERCICE 20

Factorisez les expressions suivantes :

a) $5a + 10ab$ ____________________

b) $\frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{2}y$ ____________________

c) $3x + 9y + 27z$ ____________________

d) $0{,}8xy^2 - 0{,}4z + 0{,}2x^2y$ ____________________

e) $5x^2y - 25x + 10yz$ ____________________

f) $-\frac{2}{3}abc + \frac{4}{3}ab^2c - \frac{1}{3}$ ____________________

g) $4x^3z - 16x^2yz^3$ ____________________

h) $8a - 64ac$ ____________________

i) $-0{,}27yz - 0{,}3xy^2 + 0{,}9xy^3z$ ____________________

j) $-21y + 7x + 49z - 14$ ____________________

k) $12ab^3c - 54a^2bc + 24ab^2c$ ____________________

l) $78xyz + 156x^2z^2 - 39x$ ____________________

m) $0{,}5xz^3 - 0{,}75x + 0{,}25x^2y$ ____________________

n) $\frac{15}{16}ab + \frac{7}{16}ab^2 - \frac{1}{16}a^2b$ ____________________

o) $-16x^4y^2 - 8xy + 2x^3 + 4x^2$ ____________________

3.5 DIVISION PAR UN MONÔME

Lorsqu'on divise des expressions algébriques par un monôme, on calcule le quotient des coefficients et on soustrait les exposants des variables identiques. Par convention, on classe les variables en ordre alphabétique.

EXEMPLE 1

$$2ab \div 3a$$

$$\frac{2ab}{3a}$$

$$\therefore\ \frac{2}{3}b$$

EXEMPLE 2

$$(2a^3 + a) \div 4a$$

$$\frac{2a^3 + a}{4a}$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}$$

EXEMPLE 3

$$\left(\frac{1}{3}a^3b^2 - \frac{1}{2}a^2b + ab\right) \div \frac{1}{6}ab$$

$$\frac{\frac{1}{3}a^3b^2 - \frac{1}{2}a^2b + ab}{\frac{1}{6}ab}$$

$$\therefore\ 2a^2b - 3a + 6$$

EXERCICE 21

Effectuez la division des expressions suivantes :

a) $7a^2 \div 2a$

b) $\frac{1}{3}(2b \cdot 3a^2) \div \frac{1}{2}$

c) $\left(\frac{1}{2}x^2 - 4\right) \div 2$

d) $0{,}9a^3b^2 \div 0{,}1b^2$

e) $$\left(\frac{1}{5}ay^2z^3 - 0{,}25ayz + 0{,}5ayz^2\right) \div 0{,}25ayz^2$$

f) $$(2x^2y^2 + 3xy^2 - 2xy^2) \div 3xy^2$$

g) $$\frac{1}{2}ax^2 \div \frac{1}{2}ax^2$$

h) $$0{,}3ax^2 \div 0{,}6x$$

i) $$(16x^3y^2z - x^2y) \div \frac{3}{4}x^2y$$

j) $$(7xy - 2y^2 - 2y) \div 3y$$

k) $$(21ab + 7ab^2 - a^2b) \div 21ab$$

l) $$\frac{12}{5}ax^3y^2 \div 2ax^2$$

m) $(0{,}2xyz - 3y) \div 3y$

n) $\left(\frac{3}{2}az^3 + az\right) \div 4az$

o) $2xyz \div 4{,}2xyz$

p) $(12x^2y^2z - 6x^2y + 2x^3y - 3x^2y^2z) \div 3x^2y$

3.6 LES QUATRE OPÉRATIONS SUR LES POLYNÔMES

On peut appliquer les quatre opérations sur les polynômes (addition, soustraction, multiplication et division). Pour ce faire, il faut respecter la priorité des opérations.

EXEMPLE 1

$$5-\left(\frac{1}{2}x+4\right)^2+9x^2\div 3x-2(y+1)$$

$$5-\left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(\frac{1}{2}x+4\right)+\frac{9x^2}{3x}-2y-2$$

$$5-\left[\frac{1}{4}x^2+2x+2x+16\right]+3x-2y-2$$

$$5-\left[\frac{1}{4}x^2+4x+16\right]+3x-2y-2$$

$$5-\frac{1}{4}x^2-4x-16+3x-2y-2$$

$$\therefore\ -\frac{1}{4}x^2-x-2y-13$$

Si vous ne comprenez pas toutes les étapes de l'exemple précédent, demandez de l'aide avant de poursuivre.

EXERCICE 22

Effectuez les opérations suivantes. Simplifiez votre réponse :

a) $$1 - 3x(x^2 + y) \div 2x + 0{,}5$$

b) $$0{,}3xy(0{,}2x + 0{,}5y - z) + 3yz^2 \div 3z$$

c) $$\frac{1}{2}a^3 + \frac{2bc^2}{c} - \frac{3}{4}c\left(\frac{1}{3}b + \frac{2}{5}bc\right) + a^2(3a - 1) + a^2$$

d) $$3x-(y-1)^2+4(x+6xy)\div 2x-3$$

e) $$-\left(\frac{1}{3}x-\frac{2}{5}y^2\right)\left(\frac{1}{2}x^2y-\frac{2}{3}y\right)\div 3y+\frac{1}{5}$$

f) $$-a-2ab(0{,}5c-abc)\div -ab+2a$$

g) $$\frac{1}{3}x^2y^3 \div \frac{1}{4}xy^2 - (2x - y)^2 + y^2$$

h) $$12ac - a(6b^2c + 3a^2c) \div 3a - 5ab^2$$

i) $$(4x + 3)^2 - (4x - 3)^2$$

j) $$10ab - 3ac^2\left(2a + 5\frac{ab}{c^2}\right) \div -a$$

k) $$0{,}5xy + 0{,}2x^2y^2 \div 0{,}1x^2 - (0{,}3y - 0{,}1xy)^2$$

l) $$ac^2(a-b)^2 - \frac{1}{2}ab(ac)^2 \div \frac{1}{3}a$$

m) $$\frac{5}{16}(x-y)^2+(x+y)^2-2y^2$$

n) $$((ab)^2-a^3b^4)\div ab-\frac{2}{7}a^2b\left(\frac{3}{2}ac^3-\frac{2}{5}b^2\right)$$

o) $$-x(x+6z)+(2yz)^2-xyz^2\div yz$$

p) $6a^3b \div 7ab - (a+b)(a-b)$

q) $xy^2z - 3xy^2(1 - xz) \div 2x$

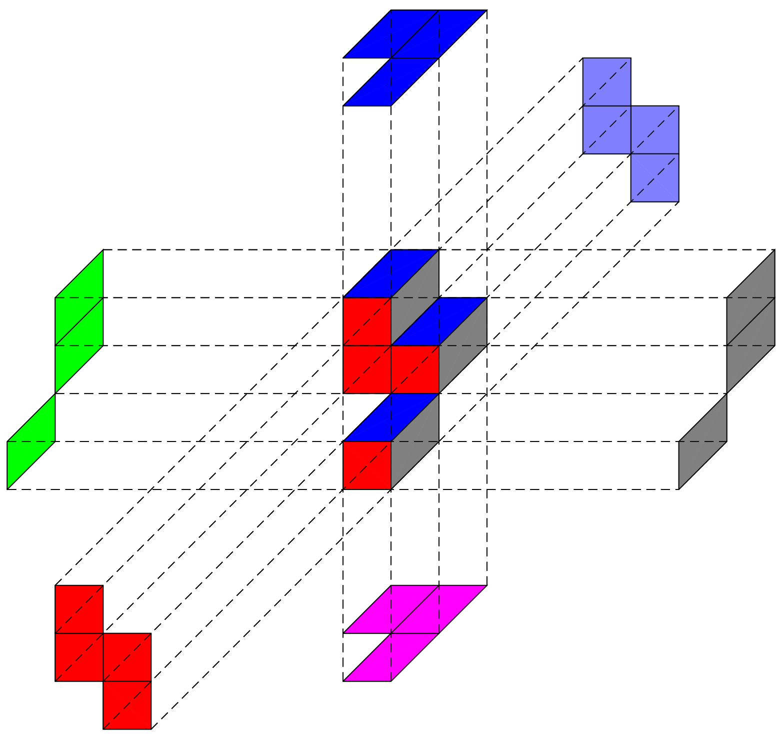
r) $5x(3xy^2 \div 3x - 4z) + 1 - x(y^2 - 10z)$

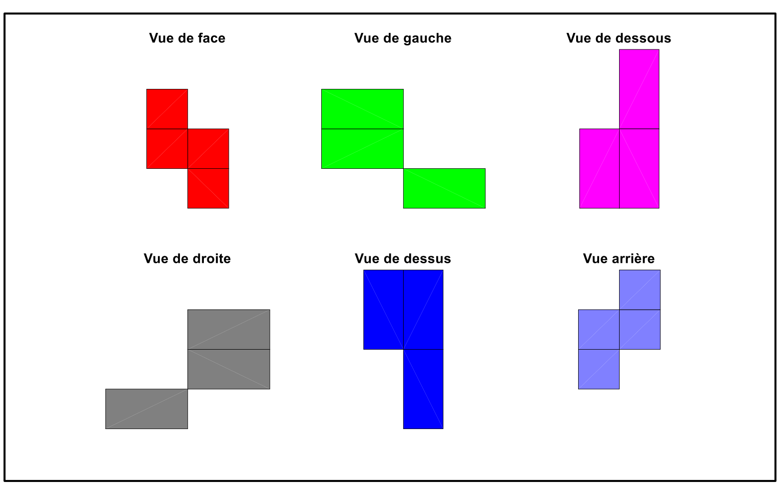
PARTIE 2 : SOLIDES

4. DÉVELOPPEMENT, PROJECTION ET PERSPECTIVE

4.1 PROJECTIONS ORTHOGONALES ET DIFFÉRENTES VUES

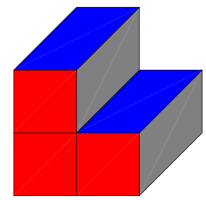
On peut représenter chaque côté d'un solide à l'aide d'une vue différente.





EXERCICE 23

Tracez les vues de la figure suivante :

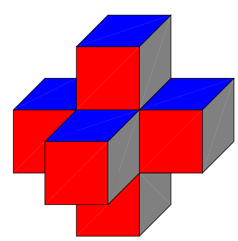


Vue de face **Vue de gauche** **Vue de dessous**

Vue de droite **Vue de dessus** **Vue arrière**

EXERCICE 24

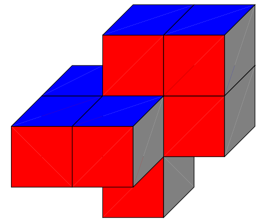
Tracez les vues de la figure suivante :



Vue de face **Vue de gauche** **Vue de dessous**

Vue de droite **Vue de dessus** **Vue arrière**

EXERCICE 25

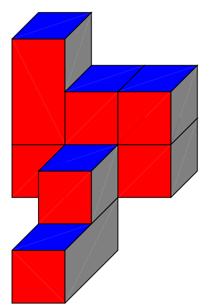


Tracez les vues de la figure suivante :

Vue de face **Vue de gauche** **Vue de dessous**

Vue de droite **Vue de dessus** **Vue arrière**

EXERCICE 26



Tracez les vues de la figure suivante :

Vue de face **Vue de gauche** **Vue de dessous**

Vue de droite **Vue de dessus** **Vue arrière**

4.2 PROJECTIONS PARALLÈLES

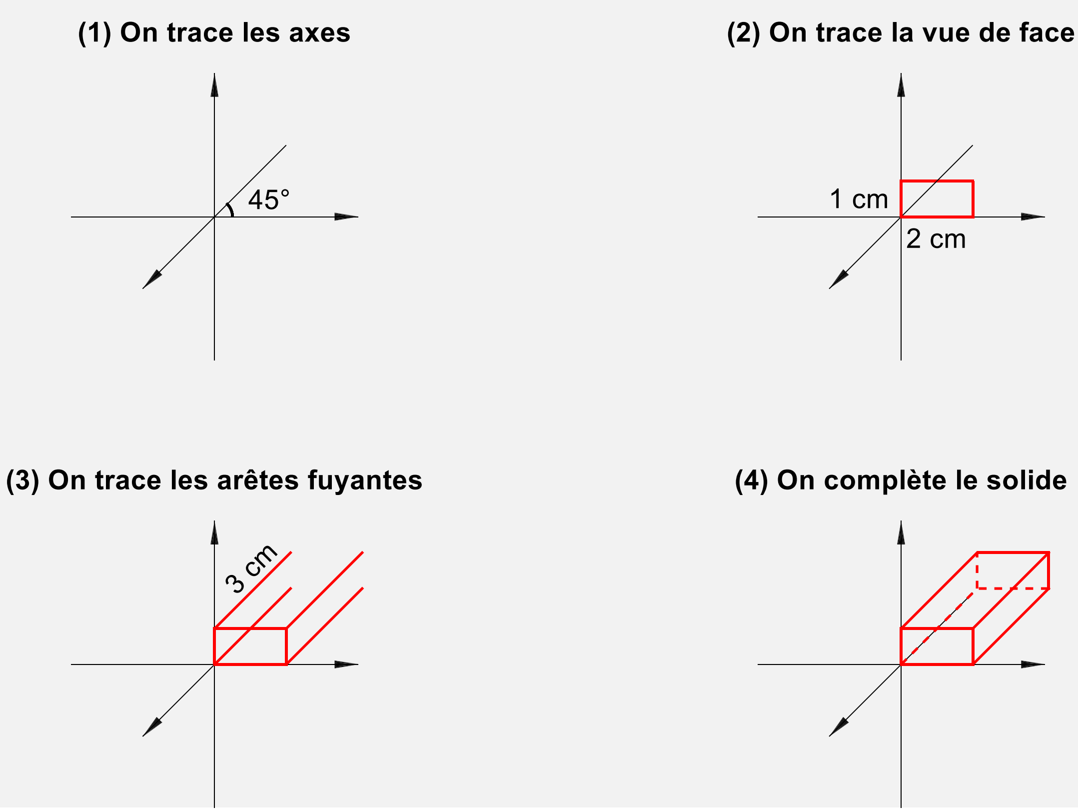
4.2.1 PERSPECTIVE CAVALIÈRE

On peut représenter un solide à l'aide d'une perspective cavalière, c'est-à-dire constituée de deux axes perpendiculaires et d'un axe ayant un angle de 30° ou 45°. Dans ce cahier, on utilisera toujours un angle de 45°.

Après avoir tracé les axes, on trace la vue de face avec ses vraies dimensions. La longueur des arêtes fuyantes est égale à la moitié de la vraie dimension. Les lignes intérieures du solide sont tracées en pointillés.

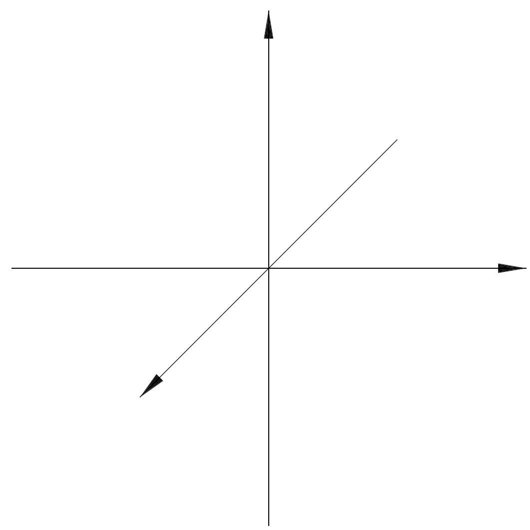
EXEMPLE 1

Tracez la perspective cavalière d'un prisme rectangulaire ayant 1 cm de hauteur, 2 cm de largeur et 6 cm de profondeur.



EXERCICE 27

Tracez la perspective cavalière d'un cube dont les arêtes mesurent 3 cm.

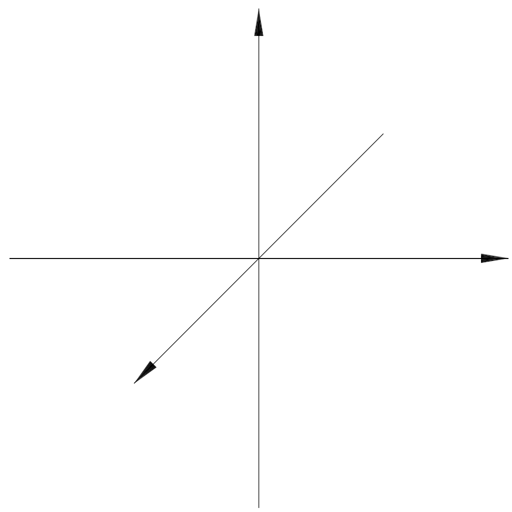


EXERCICE 28

Tracez la perspective cavalière d'un prisme rectangulaire ayant 2 cm de hauteur, 3 cm de largeur et 4 cm de profondeur.

EXERCICE 29

Tracez la perspective cavalière d'un prisme régulier à base carrée (arêtes de 4,5 cm) dont la profondeur est 10 cm.



EXERCICE 30

Tracez la perspective cavalière d'un prisme rectangulaire ayant 2,6 cm de hauteur, 3 cm de largeur et 4,2 cm de profondeur.

4.2.2 PERSPECTIVE AXONOMÉTRIQUE

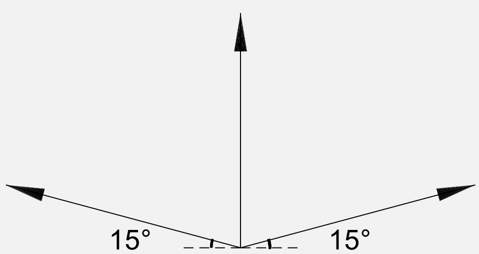
On peut représenter un solide à l'aide d'une perspective axonométrique, c'est-à-dire constituée d'un axe vertical et de deux autres axes ayant un angle quelconque. Dans ce cahier, on utilisera un angle de 15°.

Après avoir tracé les axes, on trace les trois dimensions. La hauteur sur l'axe vertical correspond à la vraie dimension. Dans ce cahier, les longueurs des arêtes fuyantes sont déterminées à partir du facteur multiplicatif 0,85 (85 % de la vraie longueur). Les lignes intérieures du solide sont tracées en pointillés.

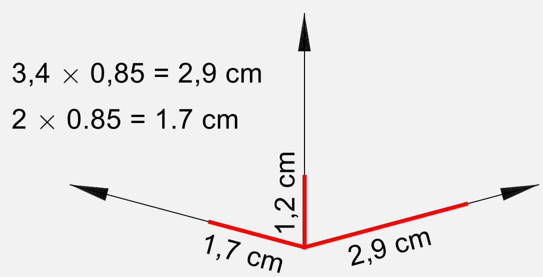
<u>EXEMPLE 1</u>

Tracez la perspective cavalière d'un prisme rectangulaire ayant 1,2 cm de hauteur, 2 cm de largeur et 2,9 cm de profondeur.

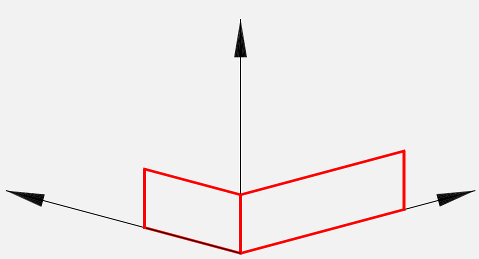
(1) On trace les axes



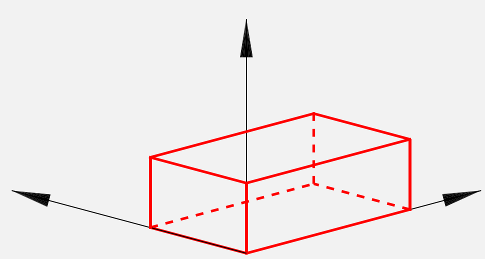
(2) On trace les trois dimensions



(3) On trace deux vues

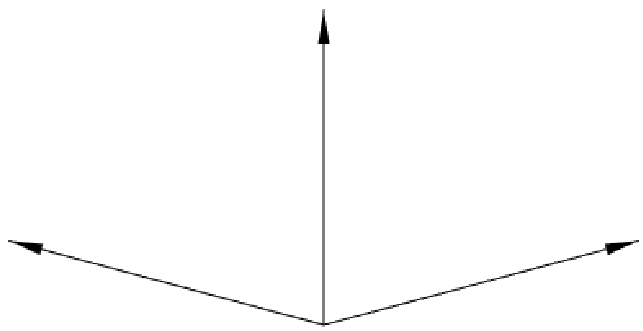


(4) On complète le solide



EXERCICE 31

Tracez la perspective axonométrique d'un cube dont les arêtes mesurent 4 cm.

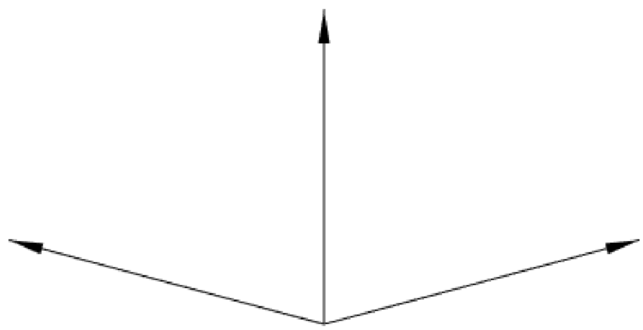


EXERCICE 32

Tracez la perspective axonométrique d'un prisme rectangulaire ayant 3 cm de hauteur, 5 cm de largeur et 8 cm de profondeur.

EXERCICE 33

Tracez la perspective axonométrique d'un prisme régulier à base carrée (arêtes de 7 cm) dont la profondeur est 12 cm.



EXERCICE 34

Tracez la perspective axonométrique d'un prisme rectangulaire ayant 2,2 cm de hauteur, 4 cm de largeur et 6,2 cm de profondeur.

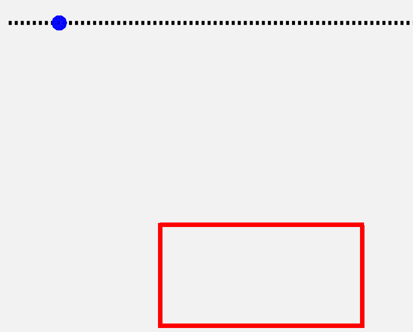
4.3 PROJECTION CENTRALE

4.3.1 UN POINT DE FUITE

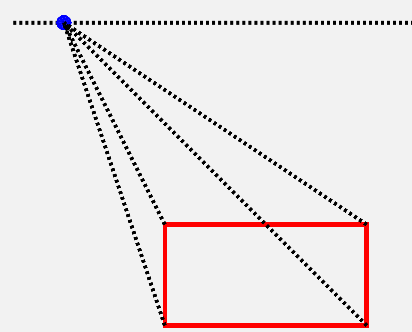
On peut représenter un solide à l'aide d'un point de fuite sur une ligne d'horizon. La ligne d'horizon est parallèle à l'arête supérieure de la vue de face.

<u>EXEMPLE 1</u>

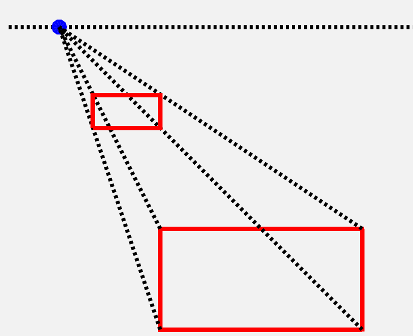
(1) On trace la ligne d'horizon et un point de fuite



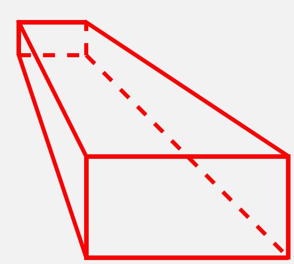
(2) On trace les lignes fuyantes



(3) On trace la face la plus éloignée

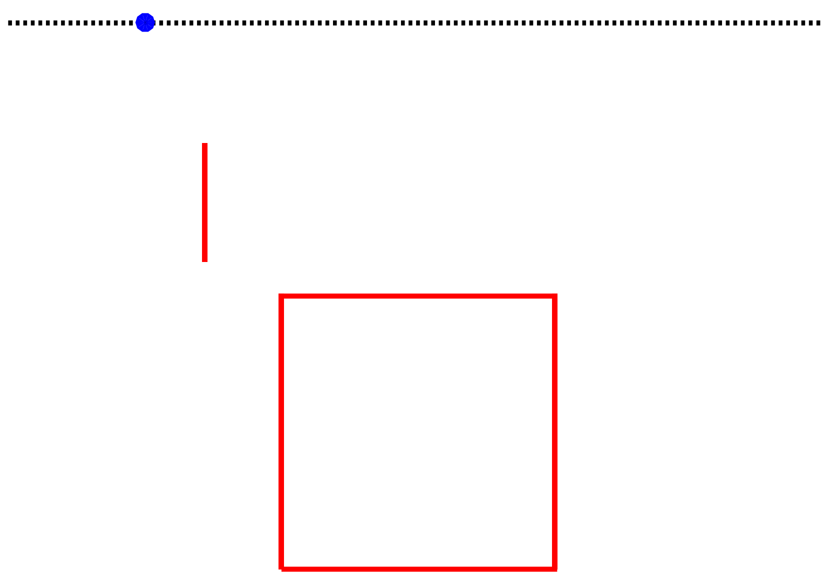


(4) On complète le solide



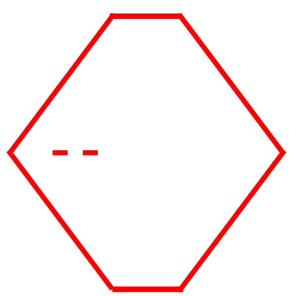
EXERCICE 35

Complétez la projection suivante avec un point de fuite.



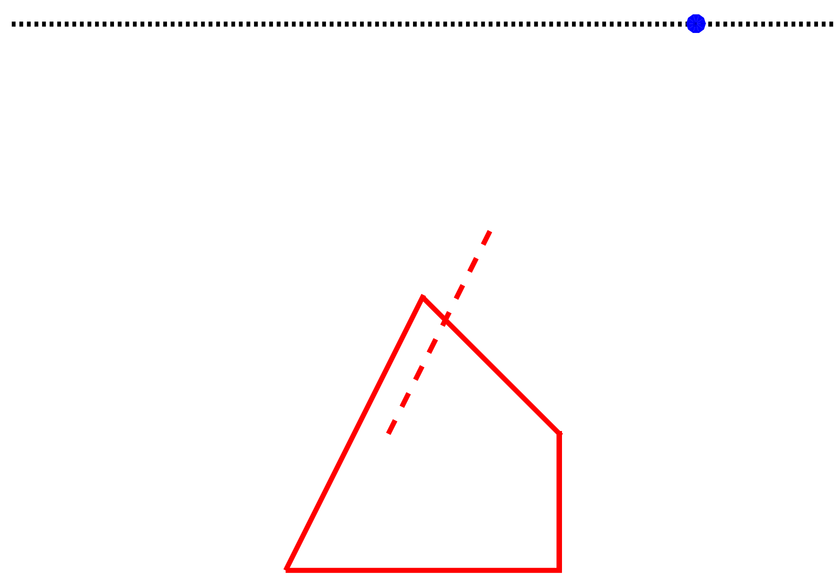
EXERCICE 36

Complétez la projection suivante avec un point de fuite.



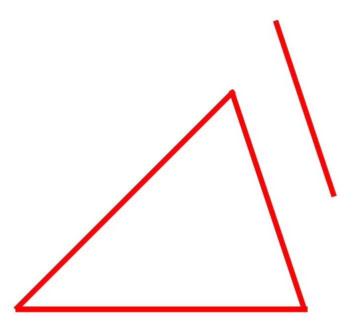
EXERCICE 37

Complétez la projection suivante avec un point de fuite.



EXERCICE 38

Complétez la projection suivante avec un point de fuite.



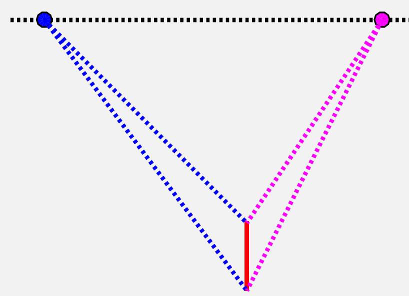
4.3.2 DEUX POINTS DE FUITE

On peut représenter un solide à l'aide de deux points de fuite sur une ligne d'horizon. La ligne d'horizon est perpendiculaire à une arête verticale.

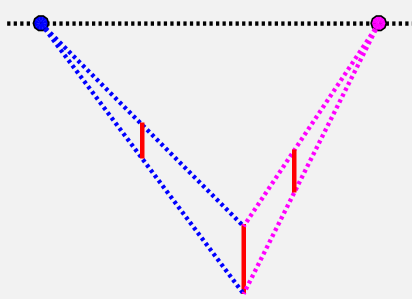
EXEMPLE 1

(1) Ligne d'horizon et points de fuite

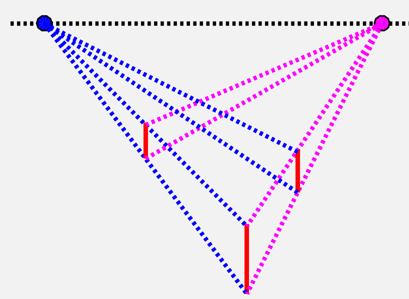
(2) Lignes fuyantes



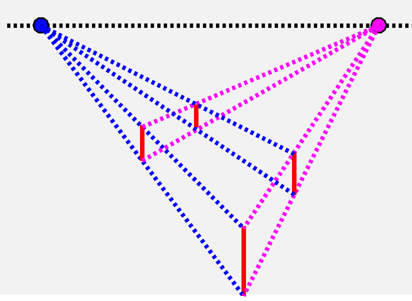
(3) Autres arêtes verticales



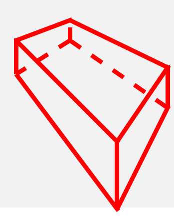
(4) Autres lignes fuyantes



(5) Dernière arrête verticale

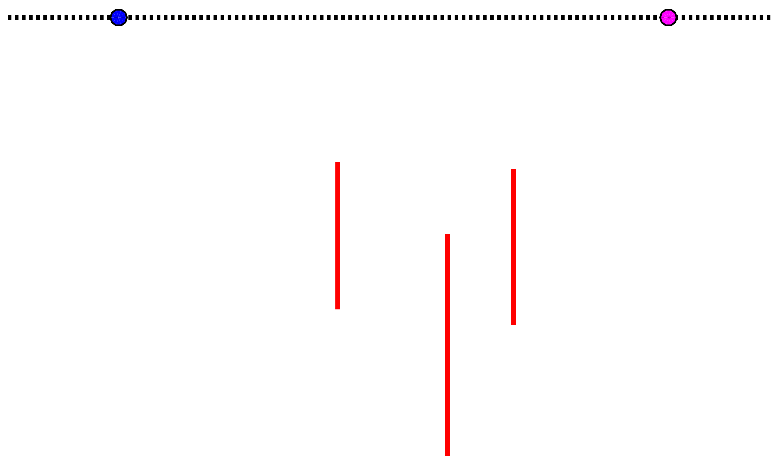


(6) Solide complété



EXERCICE 39

Complétez la projection suivante avec deux points de fuite.

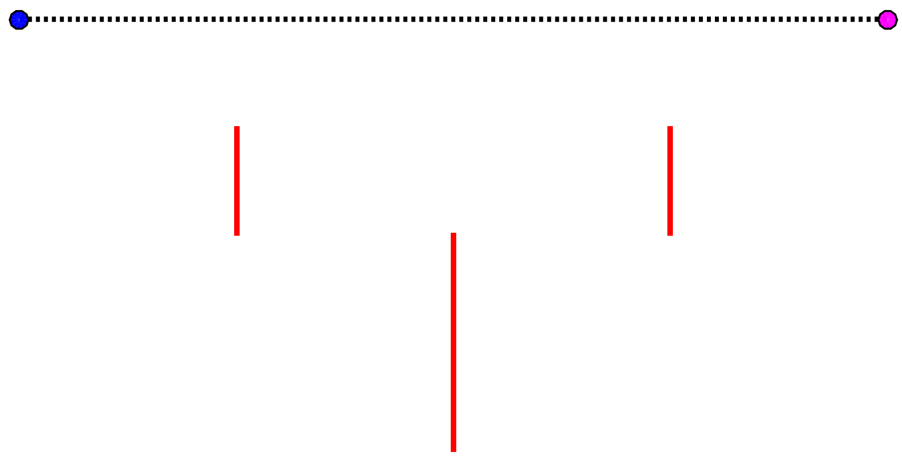


EXERCICE 40

Complétez la projection suivante avec deux points de fuite.

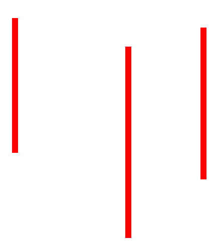
EXERCICE 41

Complétez la projection suivante avec deux points de fuite.



EXERCICE 42

Complétez la projection suivante avec deux points de fuite.



5. CONVERSION ENTRE UNITÉS DE MESURE

5.1 LONGUEUR

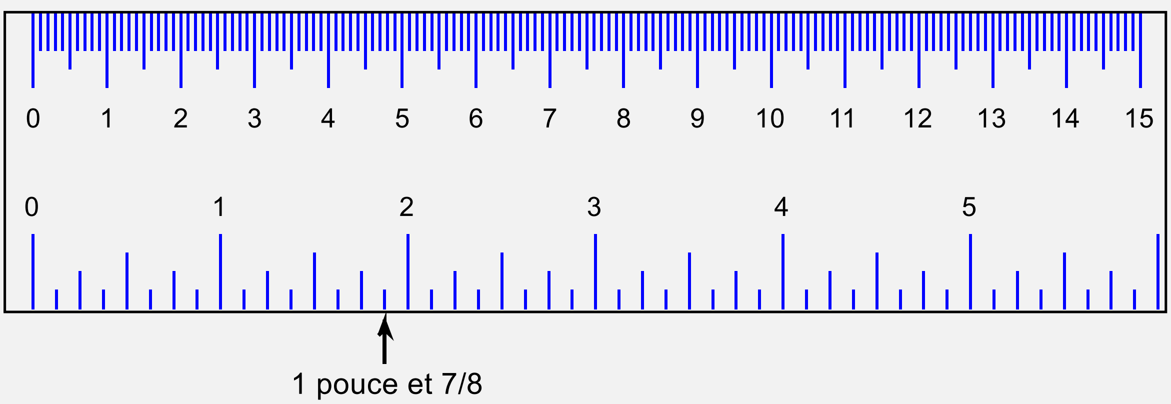
Au Québec, on rencontre les unités de mesure métriques et impériales. Mémorisez les conversions suivantes :

1 pied	=	12 pouces
1 pouce	=	2,54 cm

<u>EXEMPLE 1</u>

La règle ci-dessous montre les centimètres (en haut) et les pouces (en bas).

a) Indiquez sur la règle la mesure 1 pouce et 7/8.



b) Écrivez 1 pouce et 7/8 en nombre décimal.

$$\therefore \quad 1 + \frac{7}{8} = 1{,}875 \text{ po}$$

c) Convertissez 1 pouce et 7/8 en cm, sachant que 1 pouce vaut 2,54 cm.

$$\therefore \quad \frac{1 \text{ po}}{2{,}54 \text{ cm}} = \frac{1{,}875 \text{ po}}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 4{,}76 \text{ cm}$$

<u>EXEMPLE 2</u>

La hauteur de la classe de mathématique est 10 pieds 4 pouces et 1/8.

a) Quelle est la hauteur en pouces, sachant que 1 pied vaut 12 pouces ?

$$\frac{1\text{ pi}}{12\text{ po}} = \frac{10\text{ po}}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 120\text{ po}$$

$$\therefore \quad 120 + 4 + \frac{1}{8} = 124{,}125\text{ po}$$

b) Quelle est la hauteur en mètre, sachant que 1 pouce vaut 2,54 cm ?

$$\frac{1\text{ po}}{2{,}54\text{ cm}} = \frac{124{,}125\text{ po}}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 315{,}3\text{ cm}$$

$$\therefore \quad \frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}} = \frac{x}{315{,}3\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad x = 3{,}153\text{ m}$$

<u>EXEMPLE 3</u>

Réécrivez de manière conventionnelle 3,671 pouces, au huitième de pouce près.

(1) On soustrait la partie entière :

$$3{,}671 - 3 = 0{,}671$$

(2) On ramène sur une base « 8 » la partie décimale :

$$\frac{671}{1000} = \frac{x}{8} \quad \Longrightarrow \quad x \cong 5$$

(3) On réécrit le nombre :

$$\therefore \quad 3{,}682\text{ pouces} = 3\text{ pouces et }5/8$$

EXERCICE 43

Convertissez 26 pieds et 5 pouces en mètre.

EXERCICE 44

Convertissez 3 pouce et quart en centimètres.

EXERCICE 45

Réécrivez de manière conventionnelle 5,375 pouces, au huitième de pouce près.

EXERCICE 46

Convertissez 12,1 mètres en pieds. Réécrivez votre réponse de manière conventionnelle, au huitième de pouce près (p. ex. : 50 pieds 4 pouces et 1/8).

<u>EXERCICE 47</u>

Convertissez 5 pieds et 4 pouces en mètres.

<u>EXERCICE 48</u>

Convertissez 100 mètres en pieds, puis écrivez votre réponse de manière conventionnelle, au huitième de pouce près (p. ex. : 34 pieds 3 pouces et 5/8).

<u>EXERCICE 49</u>

Convertissez 11 cm en pouces. Écrivez votre réponse de manière conventionnelle, au huitième de pouce près (p. ex. : 3 pouces et 7/8).

<u>EXERCICE 50</u>

Convertissez 120 pouces en mètres.

EXERCICE 51

Convertissez 6 pieds et 7 pouces en mètres.

EXERCICE 52

Convertissez 1 m en pouces. Réécrivez de manière conventionnelle votre réponse, au huitième de pouce près (p. ex. : 20 pouces et 1/8).

EXERCICE 53

Convertissez 300 pieds en mètres.

EXERCICE 54

Convertissez 176 cm en pieds. Réécrivez de manière conventionnelle votre réponse, au huitième de pouce près (p. ex. : 4 pieds 3 pouces et 3/8).

EXERCICE 55

Convertissez 8 pouces et demi en centimètres.

EXERCICE 56

Convertissez 53,1 cm en pouces. Réécrivez de manière conventionnelle votre réponse, au huitième de pouce près (p. ex. : 30 pouces et 7/8).

EXERCICE 57

Convertissez 72 pouces et 5/8 en centimètres.

EXERCICE 58

Convertissez 5 mètres en pouces. Réécrivez de manière conventionnelle votre réponse, au huitième de pouce près (p. ex. : 5 pouces et 3/8).

5.2 SURFACE (AIRE)

Pour convertir une surface (2 dimensions), on peut utiliser la propriété des exposants avec les conversions que vous avez mémorisées précédemment :

1 pied	=	12 pouces
1 pouce	=	2,54 cm

EXEMPLE 1

Convertissez 3 pieds carrés en cm^2.

(1) On convertit un pied carré en pouces carrés :

$$(1\text{ pi})^2 = (12\text{ po})^2$$

$$1^2\text{ pi}^2 = 12^2\text{ po}^2$$

$$1\text{ pi}^2 = 144\text{ po}^2$$

(2) On convertit un pouce carré en cm^2 :

$$(1\text{ po})^2 = (2{,}54\text{ cm})^2$$

$$1^2\text{ po}^2 = 2{,}54^2\text{ cm}^2$$

$$1\text{ po}^2 = 6{,}45\text{ cm}^2$$

(3) On répond à la question :

$$\frac{1\text{ pi}^2}{144\text{ po}^2} = \frac{3\text{ pi}^2}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 432\text{ po}^2$$

$$\frac{1\text{ po}^2}{6{,}45\text{ cm}^2} = \frac{432\text{ po}^2}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 2\,786\text{ cm}^2$$

EXEMPLE 2

Convertissez 1 m^2 en pieds carrés.

(1) On convertit un mètre carré en cm^2 :

$$(1\text{ m})^2 = (100\text{ cm})^2$$

$$1^2\text{ m}^2 = 100^2\text{ cm}^2$$

$$1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2$$

(2) On convertit un pouce carré en cm^2 :

$$(1\text{ po})^2 = (2{,}54\text{ cm})^2$$

$$1^2\text{ po}^2 = 2{,}54^2\text{ cm}^2$$

$$1\text{ po}^2 = 6{,}45\text{ cm}^2$$

(3) On convertit un pied carré en pouces carrés :

$$(1\text{ pi})^2 = (12\text{ po})^2$$

$$1^2\text{ pi}^2 = 12^2\text{ po}^2$$

$$1\text{ pi}^2 = 144\text{ po}^2$$

(4) On répond à la question :

$$\frac{1\text{ po}^2}{6{,}45\text{ cm}^2} = \frac{x}{10\,000\text{ cm}^2} \quad \Rightarrow \quad x = 1\,550\text{ po}^2$$

$$\frac{1\text{ pi}^2}{144\text{ po}^2} = \frac{x}{1\,550\text{ po}^2} \quad \Rightarrow \quad x = 10{,}76\text{ pi}^2$$

EXERCICE 59

Convertissez 5 m^2 en pieds carrés.

EXERCICE 60

Convertissez 17 pieds carrés en mètres carrés.

<u>**EXERCICE 61**</u>

Convertissez 10 cm^2 en pouces carrés.

<u>**EXERCICE 62**</u>

Convertissez 576 pouces carrés en m^2.

EXERCICE 63

Convertissez 34 pieds carrés en cm^2.

EXERCICE 64

Convertissez 176 cm^2 en pouces carrés.

EXERCICE 65

Convertissez 120 pieds carrés en m^2.

EXERCICE 66

Convertissez 300 cm^2 en pieds carrés.

5.3 VOLUME

Pour convertir un volume (3 dimensions), on peut utiliser la propriété des exposants avec les conversions que vous avez mémorisées précédemment :

1 pied	=	12 pouces
1 pouce	=	2,54 cm

EXEMPLE 1

Convertissez 1,8 pied cube en cm^3.

(1) On convertit un pied cube en pouces cubes :

$$(1\text{ pi})^3 = (12\text{ po})^3$$

$$1^3\text{ pi}^3 = 12^3\text{ po}^3$$

$$1\text{ pi}^3 = 1\,728\text{ po}^3$$

(2) On convertit un pouce cube en cm^3 :

$$(1\text{ po})^3 = (2{,}54\text{ cm})^3$$

$$1^3\text{ po}^3 = 2{,}54^3\text{ cm}^3$$

$$1\text{ po}^3 = 16{,}39\text{ cm}^3$$

(3) On répond à la question :

$$\frac{1\text{ pi}^3}{1\,728\text{ po}^3} = \frac{1{,}8\text{ pi}^3}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 3\,110\text{ po}^2$$

$$\frac{1\text{ po}^3}{16{,}39\text{ cm}^3} = \frac{3\,110\text{ po}^2}{x} \quad \Longrightarrow \quad x = 50\,973\text{ cm}^3$$

EXEMPLE 2

Convertissez 1 m³ en pieds cubes.

(1) On convertit un mètre cube en cm³ :

$$(1\ \mathrm{m})^3 = (100\ \mathrm{cm})^3$$

$$1^3\ \mathrm{m}^3 = 100^3\ \mathrm{cm}^2$$

$$1\ \mathrm{m}^3 = 1\ 000\ 000\ \mathrm{cm}^3$$

(2) On convertit un pouce cube en cm³ :

$$(1\ \mathrm{po})^3 = (2{,}54\ \mathrm{cm})^3$$

$$1^3\ \mathrm{po}^3 = 2{,}54^3\ \mathrm{cm}^3$$

$$1\ \mathrm{po}^3 = 16{,}39\ \mathrm{cm}^3$$

(3) On convertit un pied cube en pouces cubes :

$$(1\ \mathrm{pi})^3 = (12\ \mathrm{po})^3$$

$$1^3\ \mathrm{pi}^3 = 12^3\ \mathrm{po}^3$$

$$1\ \mathrm{pi}^3 = 1\ 728\ \mathrm{po}^3$$

(4) On répond à la question :

$$\frac{1\ \mathrm{po}^3}{16{,}39\ \mathrm{cm}^3} = \frac{x}{1\ 000\ 000\ \mathrm{cm}^3} \quad \Rightarrow \quad x = 61\ 013\ \mathrm{po}^3$$

$$\frac{1\ \mathrm{pi}^3}{1\ 728\ \mathrm{po}^3} = \frac{x}{61\ 013\ \mathrm{po}^3} \quad \Rightarrow \quad x = 35{,}3\ \mathrm{pi}^3$$

EXERCICE 67

Convertissez 4 m^3 en pieds cubes.

EXERCICE 68

Convertissez 16 pieds cubes en mètres cubes.

EXERCICE 69

Convertissez 9 cm^3 en pouces cubes.

EXERCICE 70

Convertissez 61 024 pouces cubes en m^3.

EXERCICE 71

Convertissez 33 pieds cubes en cm^3.

EXERCICE 72

Convertissez 175 cm^3 en pouces cubes.

EXERCICE 73

Convertissez 119 pieds cubes en m^3.

EXERCICE 74

Convertissez 300 cm^3 en pieds cubes.

5.4 CAPACITÉ

Une capacité, c'est un volume sous forme liquide (3 dimensions). Pour faire des conversions, on peut utiliser les propriétés des exposants. Mémorisez les conversions suivantes :

1 cm^3	=	1 mL
1 m^3	=	1 000 L

EXEMPLE 1

Convertissez 10 pieds cubes en litres.

(1) On convertit un pied cube en pouces cubes :

$$(1 \text{ pi})^3 = (12 \text{ po})^3 \implies 1 \text{ pi}^3 = 1\,728 \text{ po}^3$$

(2) On convertit un pouce cube en cm^3 :

$$(1 \text{ po})^3 = (2{,}54 \text{ cm})^3 \implies 1 \text{ po}^3 = 16{,}39 \text{ cm}^3$$

(3) On répond à la question :

$$\frac{1 \text{ pi}^3}{1\,728 \text{ po}^3} = \frac{10 \text{ pi}^3}{x} \implies x = 17\,280 \text{po}^3$$

$$\frac{1 \text{ po}^3}{16{,}39 \text{ cm}^3} = \frac{17\,280 \text{ po}^3}{x} \implies x = 283\,219 \text{ cm}^3$$

$$\frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ mL}} = \frac{283\,219 \text{ cm}^3}{x} \implies x = 283\,219 \text{ mL}$$

$$\frac{1 \text{ L}}{1\,000 \text{ mL}} = \frac{x}{283\,219 \text{ mL}} \implies x = 283,2 \text{ L}$$

EXEMPLE 2

Convertissez 10 mL en pouces cubes.

(1) On convertit un pouce cube en cm³, sachant que $(1 \text{ po})^3 = (2{,}54 \text{ cm})^3$

$$1 \text{ po}^3 = 16{,}39 \text{ cm}^3$$

(2) On répond à la question :

$$\frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ mL}} = \frac{x}{10 \text{ mL}} \quad \Longrightarrow \quad x = 10 \text{ cm}^3$$

$$\frac{1 \text{ po}^3}{16{,}39 \text{ cm}^3} = \frac{x}{10 \text{ cm}^3} \quad \Longrightarrow \quad x = 0{,}6 \text{ po}^3$$

EXERCICE 75

Convertissez 5 L en pouces cubes.

EXERCICE 76

Convertissez 6 pouces cubes en mL.

EXERCICE 77

Convertissez 2 pieds cubes en litres.

EXERCICE 78

Convertissez 10 m^3 en pieds cubes.

EXERCICE 79

Convertissez 18 L en pieds cubes.

EXERCICE 80

Convertissez 950 pouces cubes en m^3.

EXERCICE 81

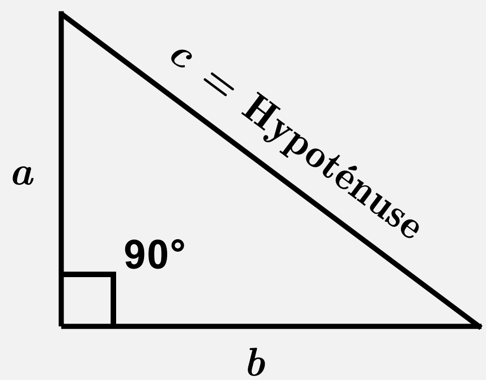
Convertissez 76 mL en pouces cubes.

6. RECHERCHE DE MESURES MANQUANTES

6.1 LONGUEUR

6.1.1 THÉORÈME DE PYTHAGORE

Le théorème de Pythagore s'applique pour tous les triangles rectangles, c'est-à-dire avec un angle de 90°. Le côté opposé à l'angle droit se nomme « hypoténuse ». Par convention, l'hypoténuse est identifiée par la lettre c. Par convention, le côté le plus court est identifié par la lettre a.



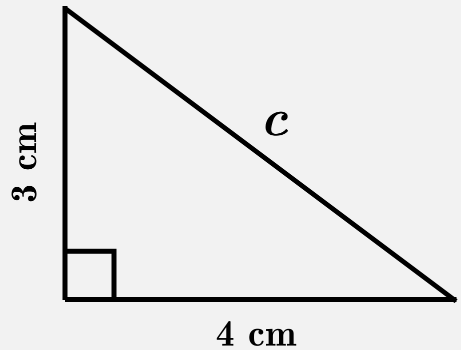
Voici le théorème de Pythagore :

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

- **Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse égal la somme des carrés des autres côtés.**

<u>EXEMPLE 1</u>

Calculez l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés mesurent 3 cm et 4 cm.



Réponse :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

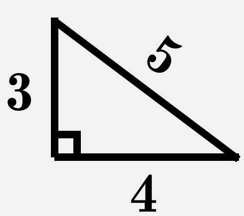
$$c^2 = 9 + 16$$

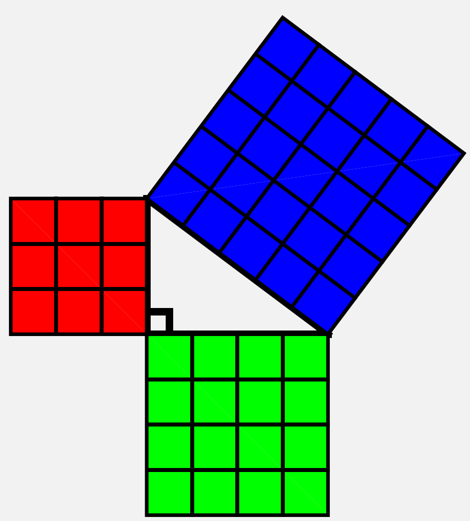
$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5 \text{ cm}$$

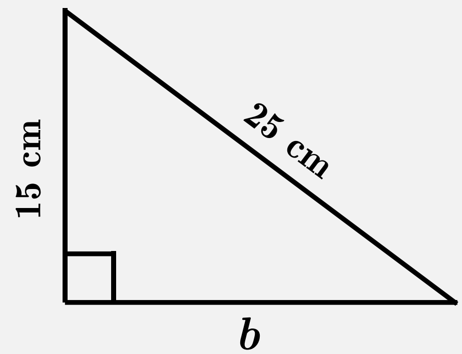
- **Les longueurs 3, 4 et 5 forment un triangle de Pythagore « parfait ».**





EXEMPLE 2

Calculez le côté manquant d'un triangle rectangle si l'hypoténuse mesure 25 cm et le côté le plus court mesure 15 cm.



Réponse :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$25^2 = 15^2 + b^2$$

$$625 = 225 + b^2$$

$$625 - 225 = b^2$$

$$400 = b^2$$

$$\sqrt{400} = b$$

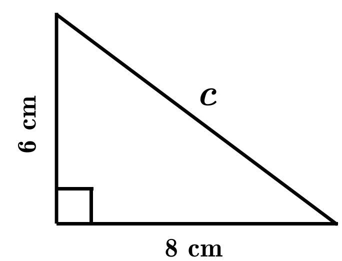
$$20 \text{ cm} = b$$

- **Tous les multiples de 3, 4, et 5 sont des triangles rectangles « parfaits ». P. ex. : un facteur multiplicatif de 5 donne un triangle rectangle dont les côtés sont 15, 20 et 25.**

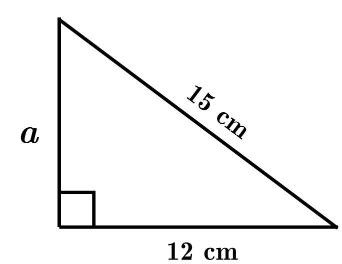
EXERCICE 82

Déterminez la longueur du côté manquant.

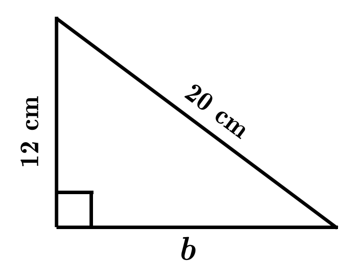
a)



b)



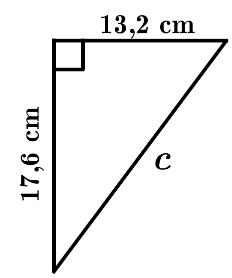
c)



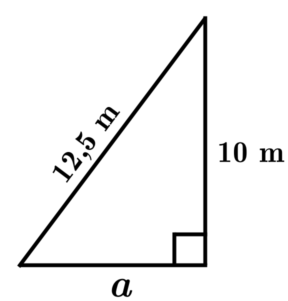
EXERCICE 83

Déterminez la longueur du côté manquant.

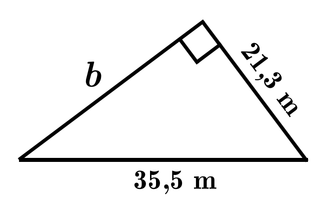
a)



b)



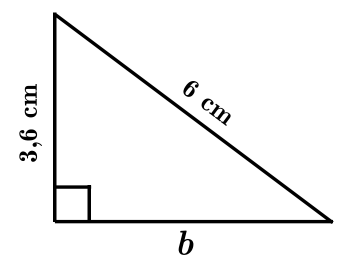
c)



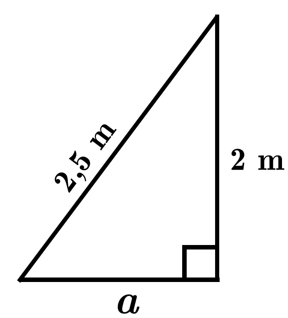
EXERCICE 84

Déterminez la longueur du côté manquant.

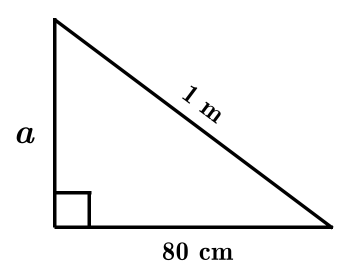
a)



b)



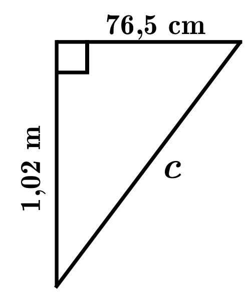
c)



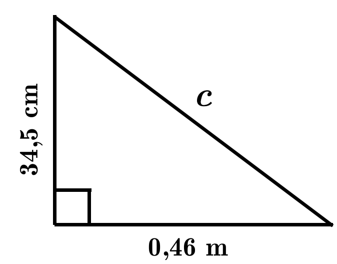
EXERCICE 85

Déterminez la longueur du côté manquant.

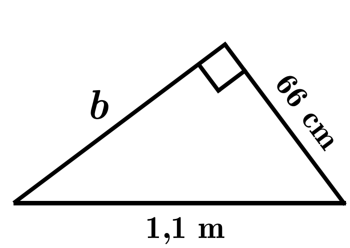
a)



b)



c)



EXERCICE 86

On a trois longueurs d'un triangle. S'agit-il d'un triangle rectangle ?

a) 3,2 cm ; 4,3 cm ; 5,5 cm

b) 33 m ; 19,8 m ; 26,4 m

c) 30 cm ; 50 cm ; 44 cm

d) 7,6 m; 5,7 m ; 9,5 m

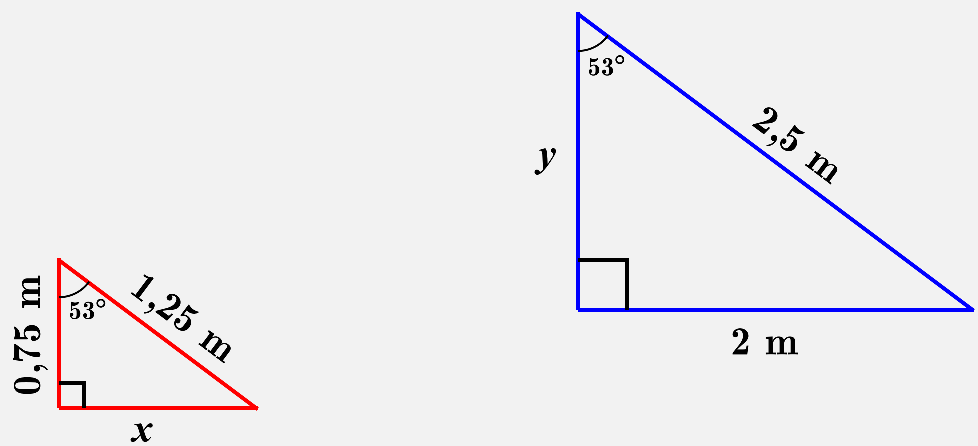
e) 72 cm ; 90 cm ; 51 cm

6.1.2 SIMILITUDE

On dit qu'il y a similitude lorsque deux figures sont semblables. Deux figures sont semblables si leurs **angles homologues sont égaux**. Conséquemment, les **côtés homologues sont proportionnels**. On peut ainsi déterminer une longueur manquante à partir de la proportion d'une similitude.

<u>EXEMPLE 1</u>

S'agit-il de figures semblables ? Si oui, déterminez les longueurs manquantes.



Réponse :

Les angles homologues sont égaux, les côtés homologues sont donc proportionnels. Il s'agit de figures semblables.

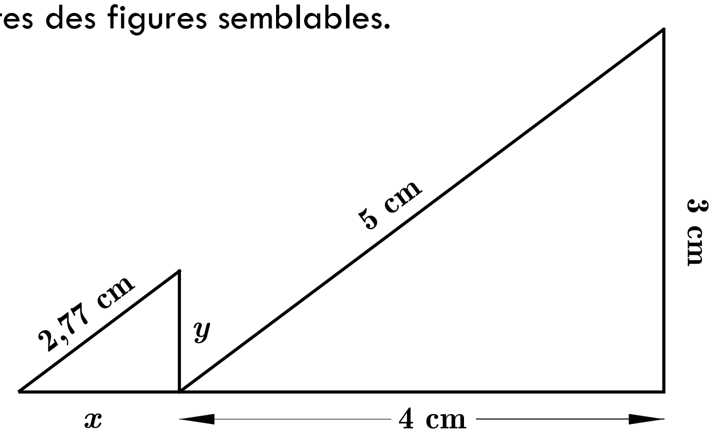
$$\therefore \quad \frac{1{,}25}{2{,}5} = \frac{x}{2} \quad \Longrightarrow \quad x = 1 \text{ m}$$

$$\therefore \quad \frac{1{,}25}{2{,}5} = \frac{0{,}75}{y} \quad \Longrightarrow \quad x = 1{,}5 \text{ m}$$

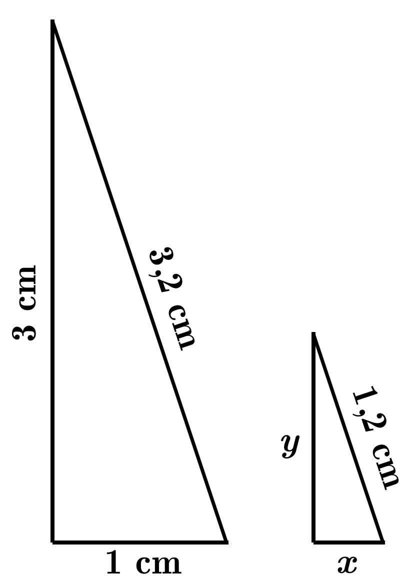
EXERCICE 87

Déterminez les longueurs manquantes des figures semblables.

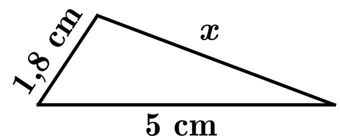
a)

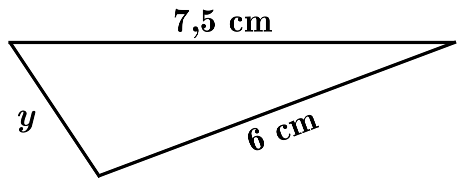


b)

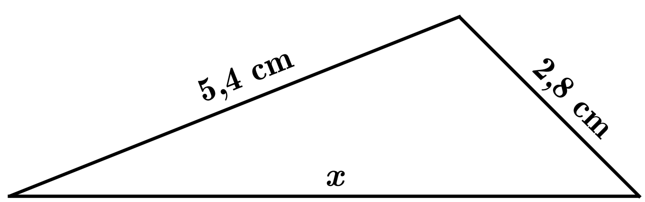


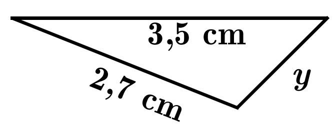
c)



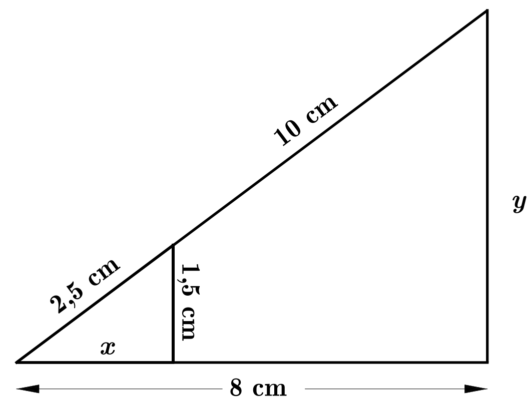


d)

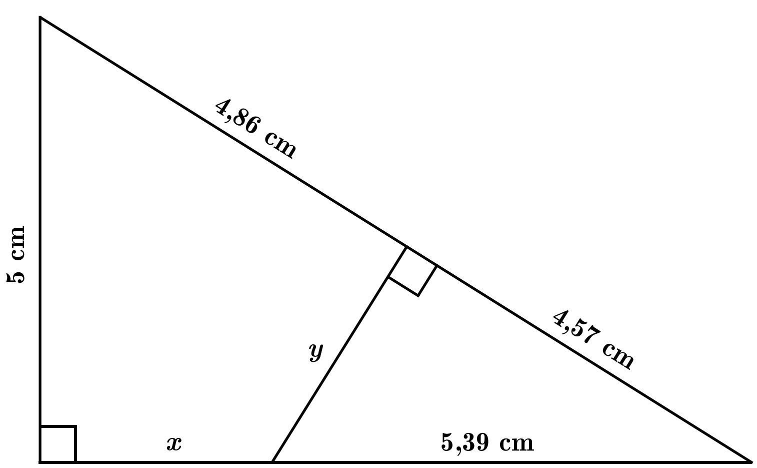




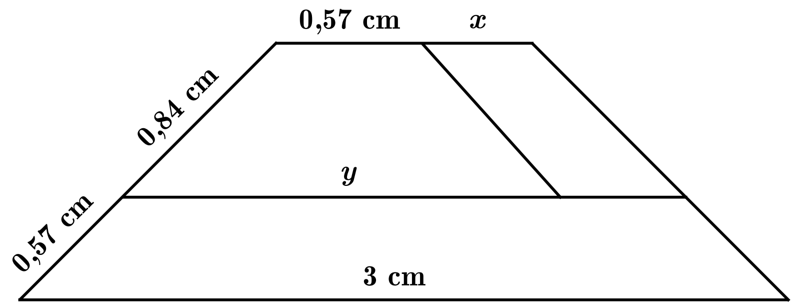
e)



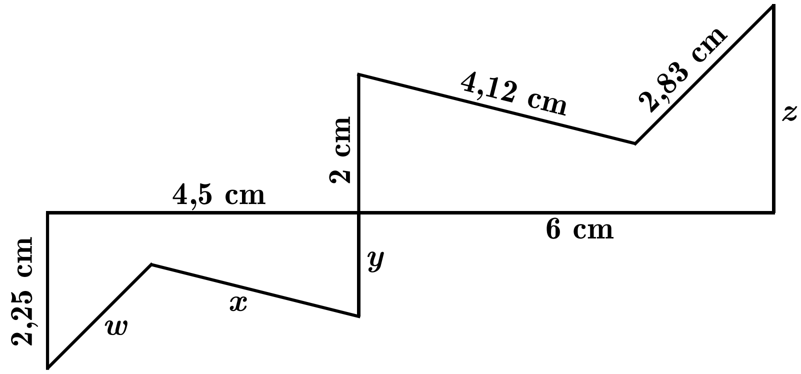
f)



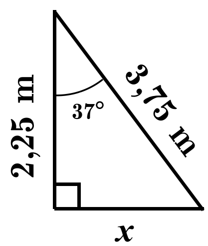
g)

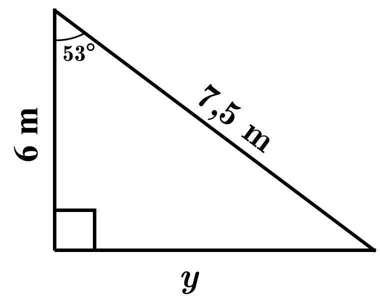


h)

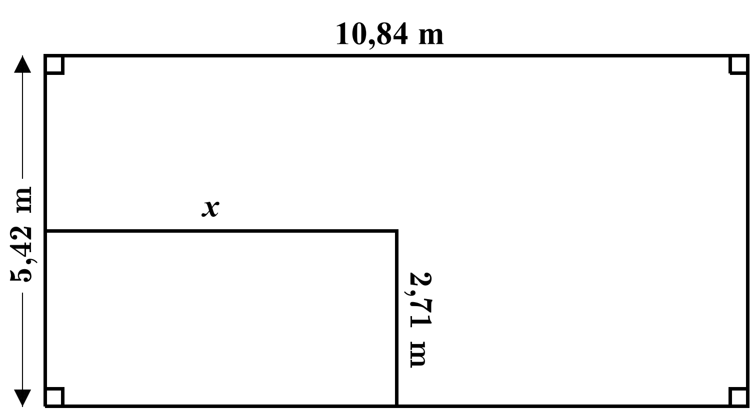


i)

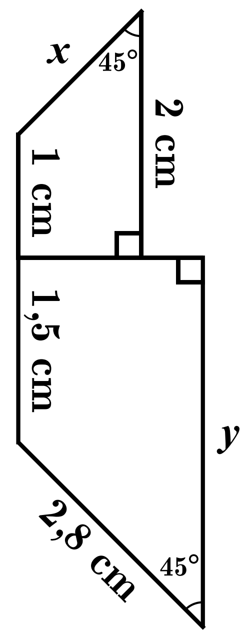




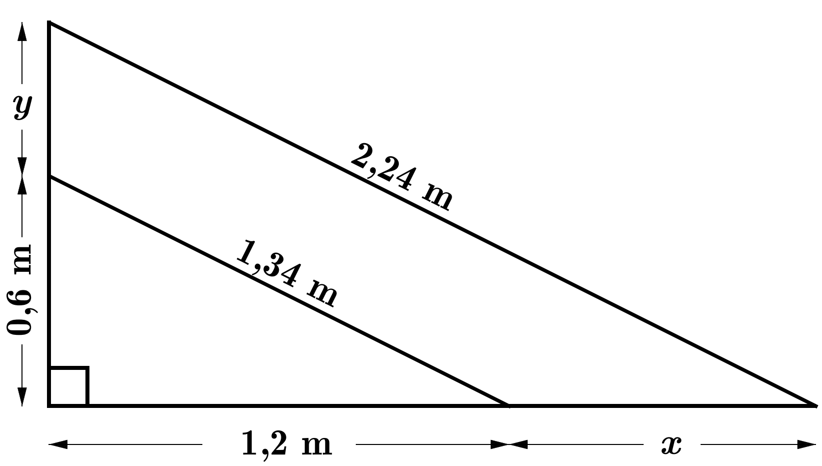
j)



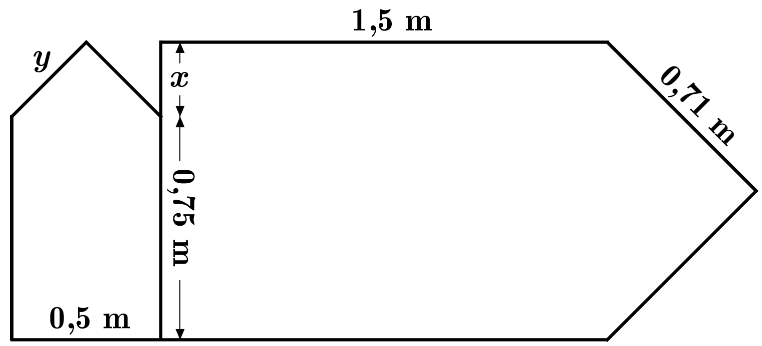
k)



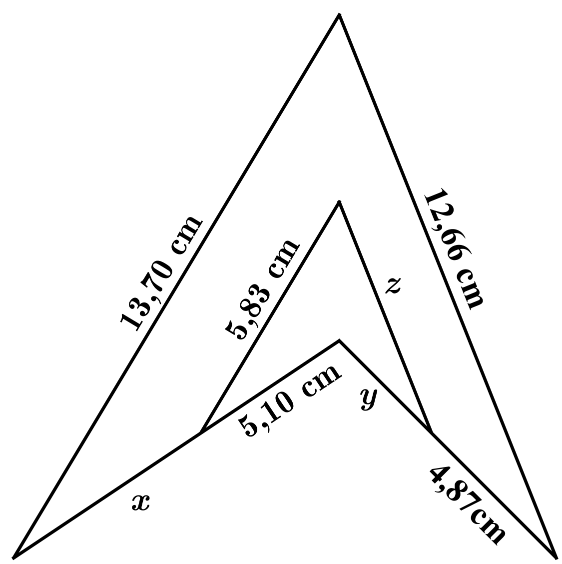
l)



m)



n)

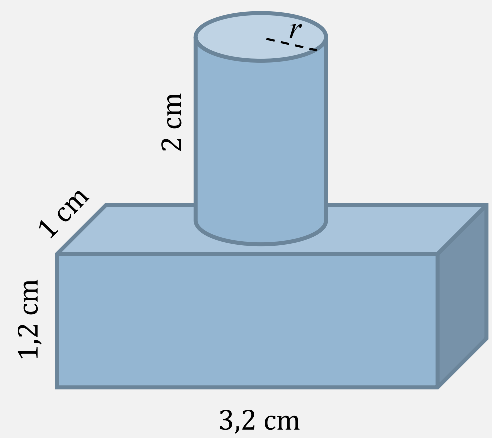


6.2 AIRE LATÉRALE OU TOTALE

On peut calculer une valeur manquante à partir de l'aire d'un solide. Les formules de l'aire des figures planes, ainsi que celles de l'aire latérale (A_l) et de l'aire totale (A_t) des solides, sont présentées à la fin de ce cahier.

<u>Exemple 1</u>

Quel est le rayon du cylindre si l'aire totale du solide est 26,5 cm² ?



On écrit algébriquement l'aire latérale du solide, puis on isole r :

$$A_t = A_{t_{\text{prisme}}} - A_{\text{cercle}} + A_{l_{\text{cylindre}}} + A_{\text{cercle}}$$

$$A_t = 2(Lh + lh + Ll) - \cancel{\pi} r^2 + 2\pi r h_{\text{cylindre}} + \cancel{\pi} r^2$$

$$26{,}5 = 2(3{,}2 \cdot 1{,}2 + 1 \cdot 1{,}2 + 3{,}2 \cdot 1) + 2\pi r \cdot 2$$

$$26{,}5 = 16{,}48 + 12{,}56r$$

$$26{,}5 - 16{,}48 = 12{,}56r$$

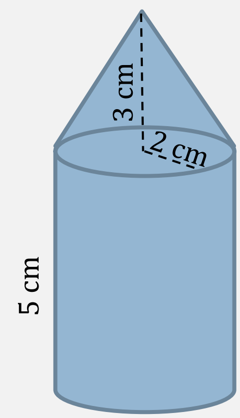
$$10{,}02 = 12{,}56r$$

$$\frac{10{,}02}{12{,}56} = r$$

$$0{,}8 \text{ cm} = r$$

EXEMPLE 2

Quelle est l'aire totale du solide ?



On écrit algébriquement l'aire latérale du solide :

$$A_t = A_{l_{\text{cylindre}}} + A_{\text{cercle}} + A_{t_{\text{cône}}} - A_{\text{cercle}}$$

$$A_t = 2\pi rh + \cancel{\pi r^2} + \pi r(r+a) - \cancel{\pi r^2}$$

$$A_t = \pi r(2h + (r+a))$$

Or, on sait que : $a = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3{,}6 \text{ cm}$

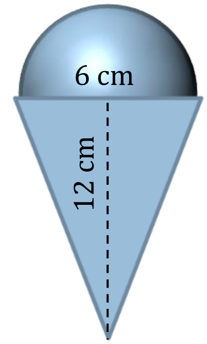
Donc :

$$A_t = \pi \times 2 \times (2 \times 5 + (2 + 3{,}6))$$

$$A_t = 98 \text{ cm}^2$$

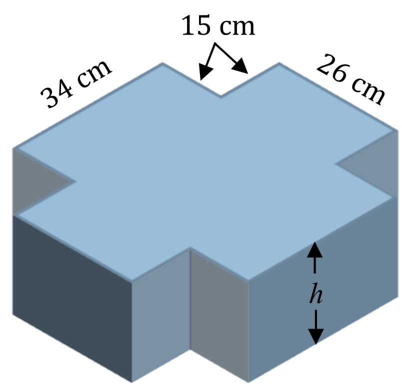
EXERCICE 88

Une demi-sphère émerge d'un cône. Quelle est l'aire totale du solide si le diamètre de la sphère est égal à celui du cône (6 cm) ?



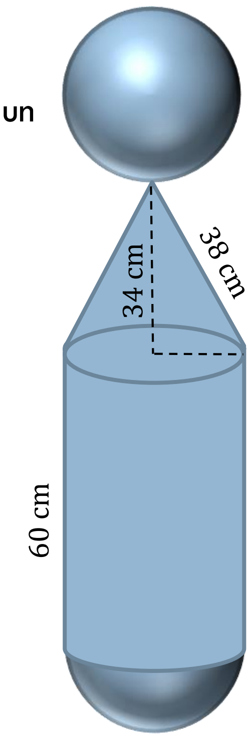
EXERCICE 89

Si l'aire latérale du solide est 5 760 cm^2, déterminez sa hauteur.



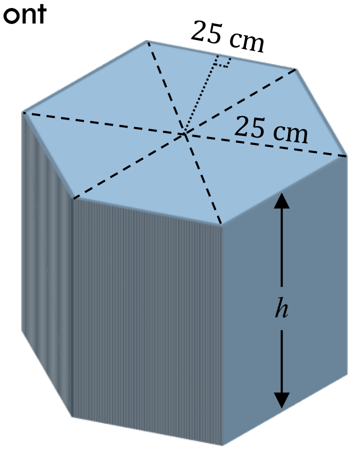
EXERCICE 90

Une sculpture est composée d'une demi-sphère, d'un cylindre, d'un cône et d'une sphère. Quelle est l'aire totale ?



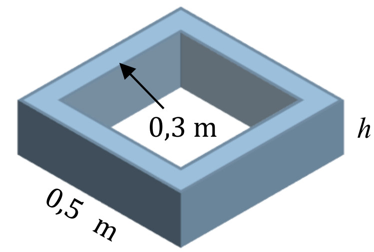
EXERCICE 91

Un prisme hexagonal est constitué de six triangles équilatéraux dont les côtés mesurent 25 cm. Déterminez la hauteur du prisme si l'aire totale est 11 498 cm^2 (indice : Pythagore).



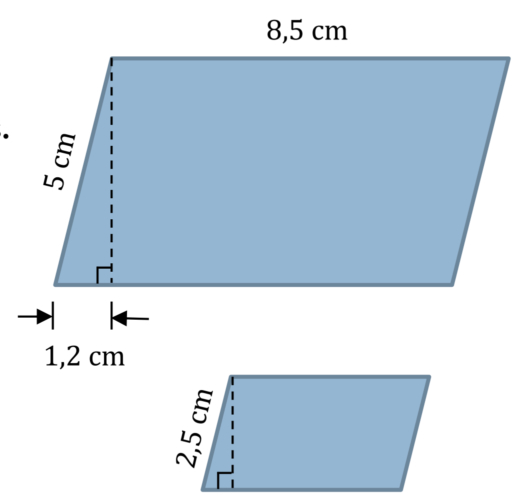
EXERCICE 92

Ce solide est constitué de côtés identiques. Déterminez sa hauteur si son aire totale est 3 900 cm².



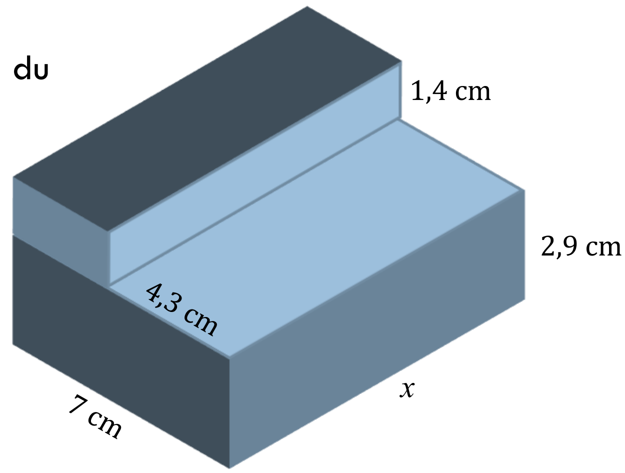
EXERCICE 93

Ces deux parallélogrammes sont semblables. Déterminez l'aire du petit parallélogramme.



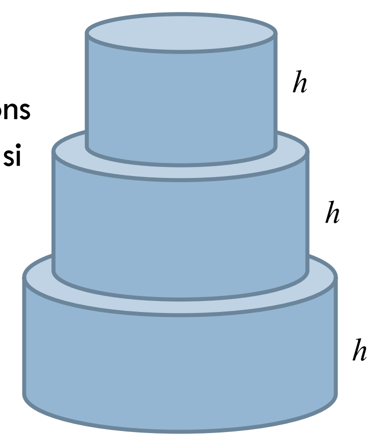
EXERCICE 94

Déterminez la valeur manquante si l'aire totale du solide est 264 cm^2.



EXERCICE 95

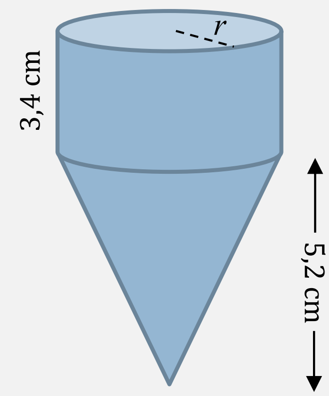
Trois cylindres de même hauteur sont superposés. Les trois rayons sont 4 cm, 6 cm et 8 cm. Déterminez la hauteur des cylindres si l'aire totale est 0,205 m^2.



6.3 VOLUME

On peut calculer une valeur manquante à partir d'un solide. Les formules du volume des solides sont présentées à la fin de ce cahier.

<u>EXEMPLE 1</u>



Déterminez le rayon du cylindre et du cône.
Le volume du récipient est 109 cm³.

On écrit algébriquement le volume du solide, puis on isole r :

$$V = V_{\text{cylindre}} + V_{\text{cône}}$$

$$V = \pi r^2 h_{cylindre} + \frac{\pi r^2 h_{\text{cône}}}{3}$$

$$V = \pi r^2 \left(h_{cylindre} + \frac{h_{\text{cône}}}{3}\right)$$

$$109 = \pi r^2 \left(3{,}4 + \frac{5{,}2}{3}\right)$$

$$109 = \pi r^2 (5{,}13)$$

$$109 = 16{,}1 r^2$$

$$\frac{109}{16{,}1} = r^2$$

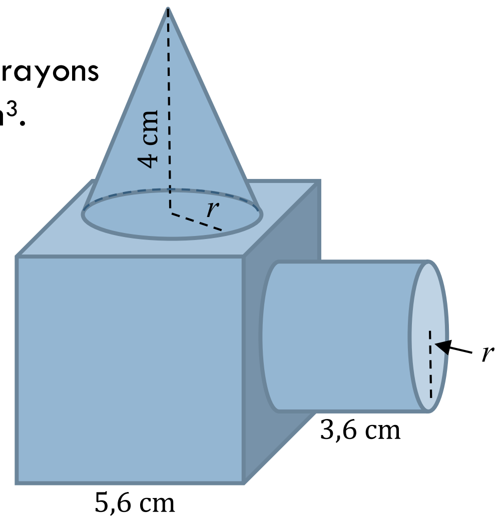
$$6{,}8 = r^2$$

$$\sqrt{6{,}8} = r$$

$$2{,}6 \text{ cm} = r$$

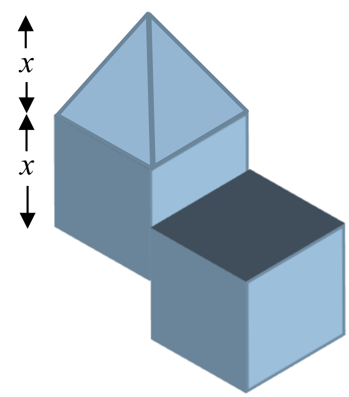
EXERCICE 96

Sur un cube, on pose un cône et un cylindre de rayons identiques. Déterminez le rayon si le volume est 220 cm^3.



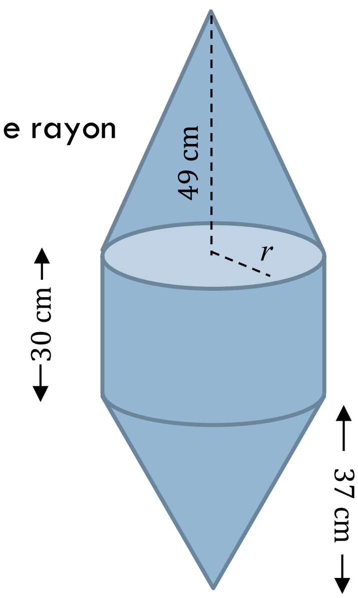
EXERCICE 97

Deux cubes identiques et une pyramide à base carrée forment un solide. La hauteur de la pyramide est identique à celle des cubes. Déterminez la valeur manquante si le volume est 27 cm^3.



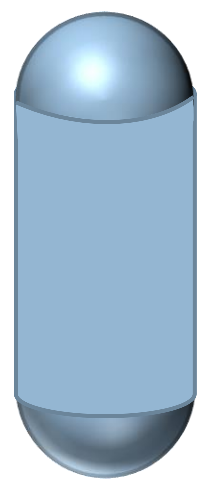
EXERCICE 98

Deux cônes et un cylindre ont un rayon identique. Déterminez le rayon si le volume du solide est 0,13 m^3.

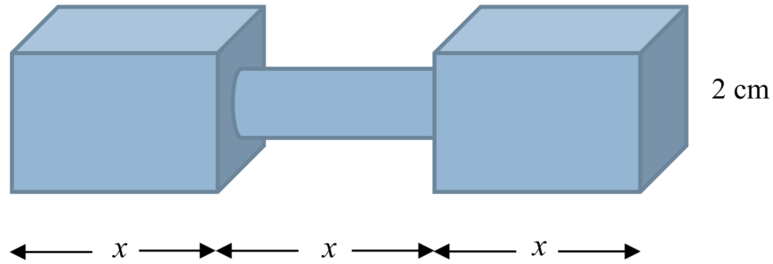


EXERCICE 99

Une capsule est formée d'un cylindre de 0,7 mL auquel on ajoute deux demi-sphères. Déterminez le rayon des demi-sphères si la capacité du solide est 1,2 mL.



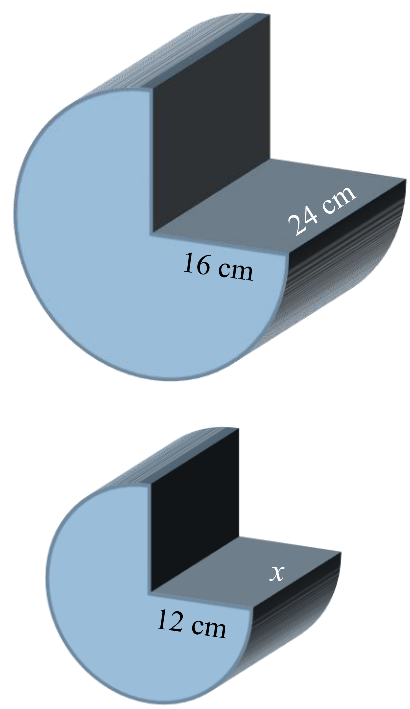
EXERCICE 100



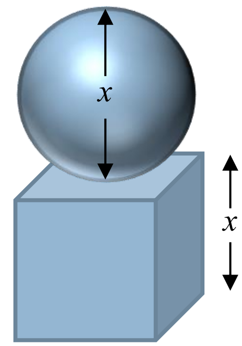
Un solide est formé de deux prismes à base carrée et d'un cylindre. Le diamètre du cylindre est égal à la moitié de la hauteur d'un côté carré. Si le volume du solide est 33,4 cm^3, déterminez la longueur des prismes et du cylindre, sachant qu'elles sont identiques.

EXERCICE 101

Deux solides semblables sont formés par les trois quarts d'un cylindre. Déterminez le volume du plus petit solide.

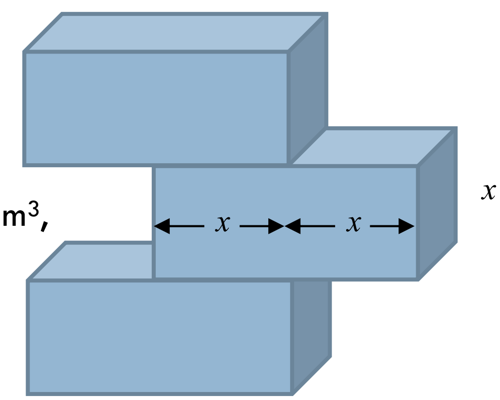


EXERCICE 102



Une sphère est déposée sur un cube. Le diamètre de la sphère et la hauteur du cube sont identiques. Déterminez la valeur manquante si le volume du solide est 41 m^3.

EXERCICE 103



Trois prismes identiques à base carrée sont empilés. La longueur d'un prisme est le double de la longueur d'un de ses côtés carrés. Si le volume du solide est 0,09375 m^3, déterminez la longueur, la largeur et la hauteur d'un prisme.

7. SYNTHÈSE

7.1 LES QUATRE OPÉRATIONS SUR LES POLYNÔMES

Réduisez le polynôme à sa plus simple expression :

a) $$-y+\left(\frac{2}{3}x^2y^3-\frac{1}{4}x^4y^2\right)\div\left(\frac{1}{2}x^2y^2\right)+\frac{1}{2}x^2$$

b) $$\frac{4x^3y^2}{-2x^3y}+(4x^2y^3-3y^3)\div(-y)$$

c) $$2x + 3x(x + 1) - 5(x - 2)$$

d) $$-(4a^2 - 3a + 2a^4) - (-a^2 - 2)(3a + 1)$$

e)

$$\frac{2xy(2x-y)^2}{y} - \frac{4x^2y^2}{-0{,}2x}$$

f)

$$\frac{4a^3}{-3a^2} - 3a(a-2) + (a^2+3a)$$

g) $$(2x + y)^2 - (2x - y)^2$$

h) $$(a^2 + 3b^4 - 8ab) - [-3ab - (2a^2 + b^4)]$$

i) $$[(-3m^2 + 2m - 4) - (m + 2)(-2 - 3m)] \div 3m$$

j) $$\frac{-3a^4(a^4 - 2a + 2a^2) - (-3a^6 + 2a^5)}{-4a^2}$$

k) $[(-3x^2 + 2y - 4xy) - (-2xy - 3y - 5x^2)](-3y^4 - 5x^5)$

l) $$\left(\frac{12x^2 - 15x}{3x}\right)\left(\frac{9x^6 - 3x^5}{3x^2}\right) - (4x - 8x^4)$$

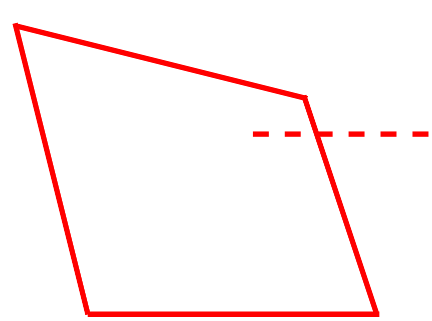
m) $$[2a(3a+3b)-3a-a(a-b)]-(3a-2)$$

n) $$(a^3b^2)(ab)\left(\frac{1}{ab^2}\right)$$

7.2 UNE QUESTION DE PERSPECTIVE

a) Tracez la perspective axonométrique d'un prisme rectangulaire ayant 3,1 cm de hauteur, 5 cm de largeur et 4,3 cm de profondeur.

b) Complétez la projection suivante avec un point de fuite.



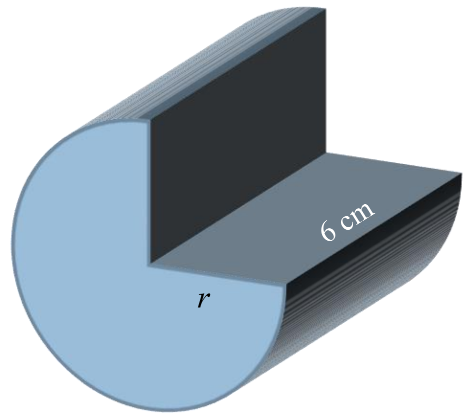
7.3 UNE TABLE OPTIMISÉE

Vous désirez construire une table en bois, ronde ou carrée, tout en préservant un maximum d'espace de plancher dans votre salle à manger. En même temps, vous voulez le plus grand périmètre possible, afin de pouvoir recevoir au moins six personnes autour de la table. Vous estimez que chaque personne a besoin de quatre pieds pour manger confortablement.

a) Calculez, en m^2, si c'est la table ronde ou la table carrée qui occuperait le moins d'espace de plancher de votre salle à diner.

b) Calculez le nombre de litres dont vous aurez besoin pour appliquer quatre couches d'huile sur la surface supérieure de votre table, avec une huile couvrant 16 pieds carrés par litre.

7.4 UN CYLINDRE TRONQUÉ



Un solide est formé par les trois quarts d'un cylindre.

a) Si l'aire latérale est 161,1 cm^2, déterminez le rayon du cylindre.

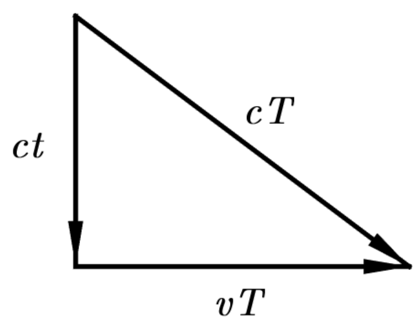
b) Déterminez l'aire totale du solide.

c) Déterminez le volume du solide.

7.5 LA DILATATION DU TEMPS

En 1905, le physicien Albert Einstein a montré que le temps n'est pas absolu. Vous pouvez calculer vous-même l'équation de la dilatation du temps à partir du théorème de Pythagore.

Voici un triangle de rectangle servant démontrer la relativité du temps (chaque flèche correspond à une distance parcourue en fonction du temps) :



où :

c : Vitesse de la lumière dans le vide

v : Vitesse du référentiel en mouvement

t : Temps dans un référentiel en mouvement

T : Temps de l'observateur du référentiel en mouvement

Avec le théorème de Pythagore, on a donc que :

$$(cT)^2 = (ct)^2 + (vT)^2$$

Complétez le tableau de la page suivante afin de montrer que l'équation de la dilation du temps est :

$$T = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

DÉMARCHE	**RÉPONSE**
Théorème de Pythagore	$(cT)^2 = (ct)^2 + (vT)^2$
Distribuer les exposants dans les parenthèses	
Mettre les termes contenant T^2 à gauche de l'égalité	
Factoriser le terme de gauche	
Diviser par $(c^2 - v^2)$ de chaque côté de l'égalité	
Multiplier le terme de droite par $\frac{\frac{1}{c^2}}{\frac{1}{c^2}}$ (c'est-à-dire 1)	
Extraire la racine carrée de chaque côté de l'égalité	
Distribuer la racine au numérateur et au dénominateur	$T = \dfrac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

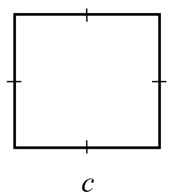
a) Si une voyageuse est dans un vaisseau spatial ayant une vitesse $v = 0{,}8c$ (80 % de la vitesse de la lumière), déterminez T en fonction de t dans l'équation de la dilation du temps :

$$T = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

b) À l'aide votre réponse précédente, calculez T si t est égal à une heure (indiquez les unités de mesure de votre réponse).

c) Selon vos calculs précédents, le temps s'écoule-t-il plus vite ou plus lentement pour la personne à bord du vaisseau spatial ?

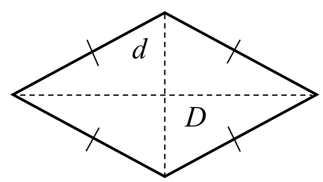
Périmètre et aire des figures planes



Carré

$P = 4c$

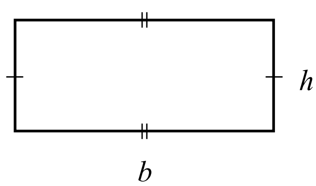
$A = c^2$



Losange

$P = 4c$

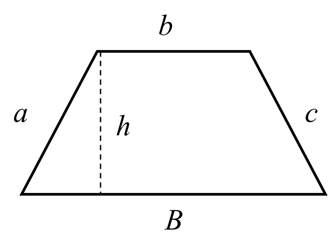
$A = \dfrac{Dd}{2}$



Rectangle

$P = 2(b + h)$

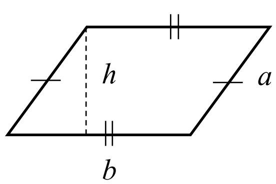
$A = bh$



Trapèze

$P = a + b + c + B$

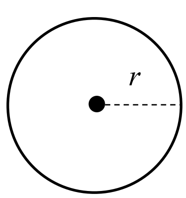
$A = \dfrac{(B + b)h}{2}$



Parallélogramme

$P = 2(a + b)$

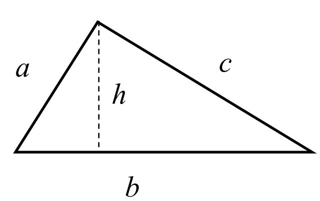
$A = bh$



Cercle

$C = 2\pi r$

$A = \pi r^2$

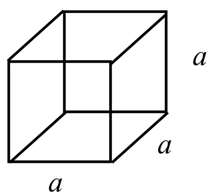


Triangle

$P = a + b + c$

$A = \dfrac{bh}{2}$

Aire latérale, aire totale et volume des solides

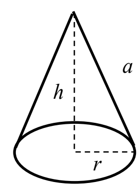


Cube

$A_l = 4a^2$

$A_t = 6a^2$

$V = a^3$

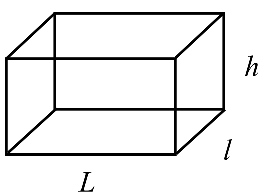


Cône

$A_l = \pi r a$

$A_t = \pi r(a + r)$

$V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

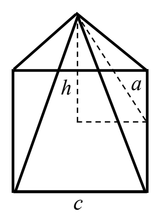


Prisme droit

$A_l = 2(Lh + lh)$

$A_t = 2(Lh + lh + Ll)$

$V = Llh$

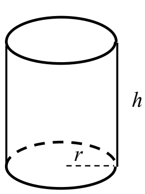


Pyramide droite à base carrée

$A_l = 2ac$

$A_t = c(2a + c)$

$V = \dfrac{c^2 h}{3}$

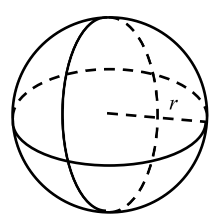


Cylindre

$A_l = 2\pi r h$

$A_t = 2\pi r(h + r)$

$V = \pi r^2 h$



Sphère

$A_l = 4\pi r^2$

$A_t = 4\pi r^2$

$V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

1 m³ = 1000 L **1 cm³ = 1 mL** **1 pouce = 2,54 cm** **1 pied = 12 pouces**

Bibliographie

Gauthier, C., Bissonnette, S., Richard, M., et Castonguay, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves. La gestion des apprentissages*. Saint-Laurent : Éditions du renouveau pédagogique.

Gauthier, C., Bissonnette, S., et Richard, M. (2009). Réussite scolaire et réformes éducatives. *Revue de recherche appliquée sur l'apprentissage, 2*, numéro spécial, article 1. Document téléaccessible à l'adresse <http://r-libre.teluq.ca/778/1/R%C3%A9ussite%20scolaire%20et%20r%C3%A9forme%20%C3%A9ducative.pdf>.

Gauthier, C., Mellouki, M., Simard, D., Bissonnette, S., et Richard, M. (2005). Quelles sont les pédagogies efficaces ? Un état de la recherche. *Les Cahiers du débat*, janvier, 3-48. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.robertbibeau.ca/pedagogie%20efficace.pdf>.

Gauthier, C. et Dembélé, M. (2004). Qualité de l'enseignement et qualité de l'éducation : revue des résultats de recherche. *Paper commissioned for the EFA Global Monitoring Report 2005, The Quality Imperative*. Document téléaccessible à l'adresse <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001466/146641f.pdf>.

Gauthier, C., Martineau, S., Desbiens, J.-F., Malo, A. et Simard, D. (1997). *Pour une théorie de la pédagogie. Recherches contemporaines sur le savoir des enseignants*. Québec : Les Presses de l'Université Laval.

Québec (Gouvernement du Québec) (2017). *Programme d'études. Mathématique. Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie. Formation générale des adultes. Formation de base diversifiée*. Québec : Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, direction de l'éducation des adultes et de la formation continue. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/educ_adulte_action_comm/Prog_Mathematique_FBD_2017_FR.pdf>.

Commission scolaire des Chic-Chocs

102 rue Jacques-Cartier
Gaspé (Québec), G4X 2S9

Tél. : 418-368-3499
Secteur Gaspé : 1-877-368-8844, poste 6114
Secteur Sainte-Anne-des-Monts : 1-877-368-8844, poste 7815

Centre de formation de la Côte-de-Gaspé

85, boul. de Gaspé
Gaspé (Québec), G4X 2T8

Tél. : 418-368-6117, poste 6100
Sans frais : 1-877-534-0029
Téléc. : 418-368-5544

Centre de formation de la Haute-Gaspésie

27, route du Parc
Sainte-Anne-des-Monts (Québec), G4V 2B9

Tél. : 418-763-5323, poste 7700
Sans frais : 1-844-601-3919
Téléc. : 418-763-730