Exercices de révision

MAT-3053-2

Corrigé

Dernière révision : 25 avril 2023

Table des matières

Question 1

Le rapport des volumes :

$$k^3 = \frac{\text{volume du grand prisme}}{\text{volume du petit prisme}} = \frac{27}{1},\ \text{donc } k^3 = \frac{27}{1} = \frac{V_g}{74} \rightarrow V_g = 74 \cdot 27 = 1998\ \text{cm}^3$$

Le rapport d'aire :

$$k^2 = \frac{\text{aire du grand prisme}}{\text{aire du moyen prisme}} = \frac{2,25}{1},\ \text{alors } k = \sqrt{\frac{2,25}{1}} = \frac{1,5}{1}\ \text{ et } k^3 = \left(\frac{1,5}{1}\right)^3 = \frac{3,375}{1}$$

$$k^3 = \frac{3,375}{1} = \frac{1998}{V_{moyen}} \rightarrow V_{moyen} = 1998 \div 3,375 = 592\ \text{cm}^3$$

Réponse : Le volume du moyen est de 592 cm^3 et le volume du grand est de 1 998 cm^3.

Question 2

$$D^2 = (2,12x)^2 + (2,12x)^2$$
$$D^2 = 4,5x^2 + 4,5x^2$$
$$D^2 = 9x^2$$
$$D = \sqrt{9x^2} = 3x$$

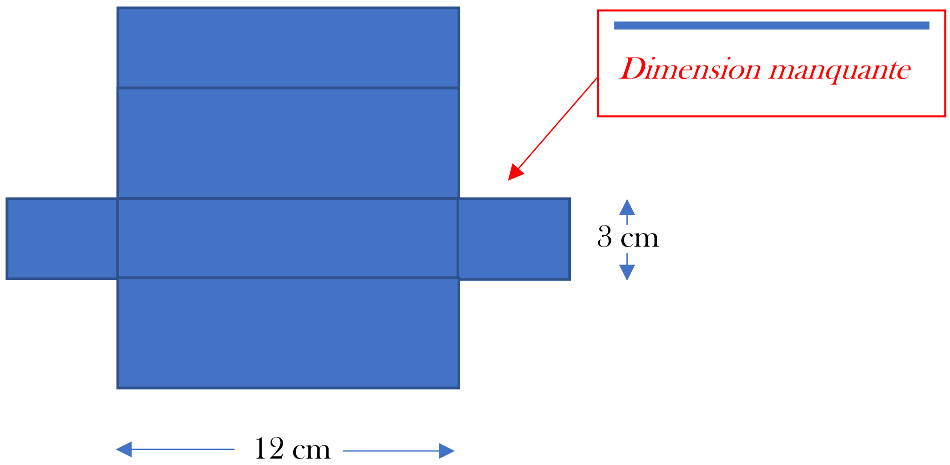
Réponse : La diagonale est égale à 3x.

Question 3

$$D^2 = (4x)^2 + (3x)^2$$
$$D^2 = 16x^2 + 9x^2$$
$$D^2 = 25x^2$$
$$D = \sqrt{25x^2} = 5x$$

Réponse : La diagonale du rectangle est 5x.

Question 4



x : la dimension manquante et L : la longueur

$$L = 3x$$
$$12 = 3x$$
$$x = \frac{12}{3} = 4$$

Volume du prisme :

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 3 \cdot 4 \cdot 12$$
$$V = 144 \text{ cm}^3$$

Réponse : Le volume du prisme est 144 cm^3.

Question 5

Cherchons le diamètre :

$$A_{base} = \pi r^2 \to 4\pi = \pi r^2$$
$$\frac{4\pi}{\pi} = \frac{\pi r^2}{\pi} \to r^2 = 4$$
$$r = 2 \ \to \ d = 2r = 2(2) = 4$$

Cherchons la hauteur qui est 4 fois le diamètre :

$$h = 4d = 4(4) = 16$$

Volume du solide :

$$V = A_{base} \cdot h$$
$$V = 4\pi \cdot 16$$
$$V = 64\pi \text{ cm}^3 \text{ ou } 201{,}1 \text{ cm}^3$$

Réponse : Le volume du solide est 64π cm^3 ou 201,1 cm^3.

Question 6

Trouvons le rayon :

$$d_{terre} = 12742$$

$$r = \frac{d}{2} \rightarrow r = \frac{12742}{2} = 6\ 371 \text{ km}$$

Convertir en mètre, puis écrire en notation scientifique :

6 371 x 1000 = 6 371 000 m = 6,37 x 10^6 m

Trouvons le volume, puis écrire en notation scientifique :

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi\left(6,371\times10^6\right)^3}{3}$$

$$V = \frac{4\pi\left(258,6\times10^{18}\right)}{3}$$

$$V = 1083,2\times10^{18} = 1,0832\times10^{21}\ \text{m}^3$$

Réponse : Le rayon est 6,371 x 10^6 m et le volume est 1,083 x 10^{21} m^3.

Question 7

$$k = \frac{Arête_{grand}}{Arête_{petit}} = \frac{3}{1}$$

$$k^2 = \frac{Surface_{grand}}{Surface_{petit}} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{9}{1}$$

Réponse : La surface du grand est 9 fois supérieur au petit. Cette notion est le rapport des aires.

Question 8

$$k = \frac{Arête_{grand}}{Arête_{petit}} = \frac{3}{1}$$

$$k^3 = \frac{Volume_{grand}}{Volume_{petit}} = \left(\frac{3}{1}\right)^3 = \frac{27}{1}$$

Réponse : Le volume du grand est 27 fois supérieur au petit. Cette notion est le rapport des volumes.

Question 9

$$\frac{\left(5^2\right)^2 \times \left(5^3\right)^3}{5^{11}}$$

$$\frac{5^4 \times 5^9}{5^{11}} = \frac{5^{13}}{5^{11}} = 5^2$$

$$\frac{\left(3^2\right)^4 \times \left(3^3\right)^5}{\left(3^4\right)^2}$$

$$\frac{3^8 \times 3^{15}}{3^8} = \frac{3^{23}}{3^8} = 3^{15}$$

$$\frac{\left(2^2\right)^4 \times \left(2^4\right)^2}{\left(2^5\right)^2}$$

$$\frac{2^8 \times 2^8}{2^{10}} = \frac{2^{16}}{2^{10}} = 2^6$$

$$\frac{200^9}{200^6} = 200^3$$

$$3^{12-11} = 3^1 = 3$$

$$\frac{2^4 \times \left(2^3\right)^5}{2^2}$$

$$\frac{2^4 \times 2^{15}}{2^2} = \frac{2^{19}}{2^2} = 2^{17}$$

$$\frac{30^8}{30^2} = 30^6$$

$$\frac{5^5 \times 5^2}{5^4} = \frac{5^7}{5^4} = 5^3$$

Question 10

$k^3 = \frac{Volume_{grand}}{Volume_{petit}} = \frac{125}{1}$, car le volume du grand est 125 fois plus grand

$$k = \sqrt[3]{\frac{125}{1}} = \frac{5}{1}$$

$$k = \frac{5}{1} = \frac{x}{2} \rightarrow x = 10$$

Réponse : la longueur de l'arête du grand cube est 10 cm.

Question 11

Trouvons l'arête du petit cube :

$A = c^2$

$4 = c^2$

$c = 2 \text{ m}$

Trouvons le rapport de similitude entre les deux afin de trouver l'arête du grand cube :

$$k^3 = \frac{V_{grand}}{V_{petit}} = \frac{27}{1}$$

$$k = \sqrt[3]{\frac{27}{1}} = \frac{3}{1}$$

$$k = \frac{3}{1} = \frac{x}{2} \rightarrow x = 6 \text{ m}$$

OU

Trouvons l'aire d'une face du grand cube :

$$k^3 = \frac{V_{grand}}{V_{petit}} = \frac{27}{1} \rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{27}{1}} = \frac{3}{1} \rightarrow k^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{9}{1}$$

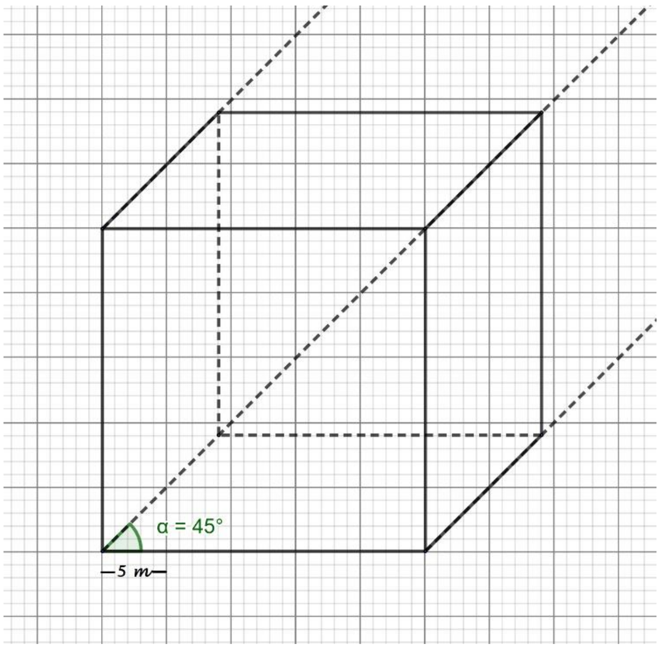
$$k^2 = \frac{9}{1} = \frac{y}{4} \rightarrow y = 36 \text{ m}^2$$

Trouvons l'arête du grand cube avec l'aire :

$$A = c^2 \rightarrow 36 = c^2 \rightarrow c = 6 \text{ m}$$

Réponse : La longueur des arêtes est 2 m et 6 m.

Question 12



Question 13

Trouvons la mesure de l'arête de la base du prisme B :

$$\frac{2,7\pi}{2,025\pi}=\frac{2\sqrt{2}}{L}\rightarrow x=1,5\sqrt{2}\text{ ou }2,12$$

Trouvons la hauteur de C :

$$Aire_{larérale_B}=Aire_{larérale_C}$$
$$L=l=1,5\sqrt{2}\text{ et }r=\frac{d}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$
$$2(2Lh)=2\pi rh$$
$$2\left(2\times1,5\sqrt{2}\times2,025\pi\right)=2\pi\sqrt{2}\cdot h$$
$$2\left(6,075\pi\sqrt{2}\right)=2\pi\sqrt{2}\cdot h$$
$$\frac{12,15\pi\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{2}}=\frac{2\pi\sqrt{2}\cdot h}{2\pi\sqrt{2}}$$
$$6,075=h$$

OU

$$Aire_{larérale_B}=Aire_{larérale_C}$$
$$L=l=2,12\text{ et }r=\frac{d}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$
$$2(2Lh)=2\pi rh$$
$$2\left(2\times2,12\times2,025\pi\right)=2\pi\sqrt{2}\cdot h$$
$$2\left(8,586\pi\right)=2,83\pi\cdot h$$
$$\frac{17,172\pi}{2,83\pi}=\frac{2,83\pi\cdot h}{2,83\pi}$$
$$6,07\approx h$$

Réponse : La hauteur du solide C est 6,075 cm ou 6,07 cm.

Question 14

Trouvons le volume du cylindre :

$$V = A_{base}h$$
$$V = \left(x^2 + xy\right)\left(2x\right)$$
$$V = 2x^3 + 2x^2y$$

Trouvons le volume du bassin :

$$V = L \cdot l \cdot h$$
$$V = 5 \cdot 4 \cdot 2x$$
$$V = 40x$$

Enlevons le volume du cylindre au volume du bassin :

$$V_{d'eau} = V_{bassin} - V_{cylindre}$$
$$V_{d'eau} = \left(40x\right) - \left(2x^3 + 2x^2y\right)$$
$$V_{d'eau} = 40x - 2x^3 - 2x^2y$$
$$V_{d'eau} = 2x\left(20 - x^2 - xy\right)\ \text{m}^3$$

Réponse : Le volume d'eau contenu dans ce bassin est 2x (20 - x^2 - xy) m^3.

Question 15

Trouvons la longueur du rectangle :

$$A = L \cdot l$$
$$\left(4x^2 - 2xy\right) = L \cdot x$$
$$\frac{\left(4x^2 - 2xy\right)}{x} = \frac{L \cdot x}{x}$$
$$L = 4x - 2y$$

Trouvons l'aire du carré :

$$A = c^2$$
$$A = \left(4x - 2y\right)^2 = \left(4x - 2y\right)\left(4x - 2y\right)$$
$$A = 16x^2 - 16xy + 4y^2 = 4\left(4x^2 - 4xy + y^2\right)$$

Réponse : L'aire du carré est 4 (4x^2 - 4xy + y^2).

Question 16

Trouvons le rayon du cercle :

$$d = 2r \rightarrow r = \frac{d}{2} = \frac{\frac{x}{2}}{2} = \frac{x}{4}$$

Divisons la pièce de bois en 2 rectangles et calculons l'aire :

$$A_{grand} = 5x \cdot x = 5x^2$$
$$A_{petit} = 2x \cdot x = 2x^2$$
$$A_{totale} = A_{grand} + A_{petit}$$
$$A_{totale} = 5x^2 + 2x^2 = 7x^2$$

Enlevons l'aire du trou :

$$A_{pièce} = A_{totale} - A_{trou}$$
$$A_{pièce} = 7x^2 - \pi r^2$$
$$A_{pièce} = 7x^2 - \pi\left(\frac{x}{4}\right)^2 = 7x^2 - \frac{x^2}{16}\pi \approx 7x^2 - 0{,}1963x^2 \approx 6{,}8037x^2$$

Réponse : L'aire de la surface est 6,8x^2.

Question 17

Trouvons le rayon :

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$45 = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$\frac{45 \cdot 3}{4\pi} = \frac{4\pi r^3}{4\pi}$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{135}{4\pi}} = 2{,}2065... \approx 2{,}21$$

Trouvons l'aire de la sphère :

$$A_{sphère} = 4\pi r^2$$
$$A_{sphère} = 4\pi \cdot 2{,}21^2 = 19{,}5364\pi$$

Coupons la sphère et trouvons l'aire des deux bases formées par la coupe :

$$2 \cdot A_{base} = 2\left(\pi r^2\right) = 2\left(\pi \cdot 2{,}21^2\right) = 9{,}7682\pi$$

Additionnons les aires :

$$A_{totale} = A_{sphère} + A_{bases}$$
$$A_{totale} = 19{,}5364\pi + 9{,}7682\pi = 29{,}3046\pi \text{ ou } 92{,}06...$$

Réponse : L'aire totale des 2 parties égales de la sphère est 29,3π cm^2 ou 92,1 cm^2.

Question 18

$$\frac{6^3 \times (6^2)^2}{(6^3)^4} = \frac{6^3 \times 6^4}{6^{12}}$$

$$\frac{6^7}{6^{12}} = 6^{-5} = \frac{1}{6^5}$$

$$\frac{3^2 \times (3^2)^2}{(3^3)^4} = \frac{3^2 \times 3^4}{3^{12}}$$

$$\frac{3^6}{3^{12}} = 3^{-6} = \frac{1}{3^6}$$

$$\frac{2^3 \times (2^2)^2}{(2^3)^{10}} = \frac{2^3 \times 2^4}{2^{30}}$$

$$\frac{2^7}{2^{30}} = 2^{-23} = \frac{1}{2^{23}}$$

$$\frac{50^8}{50^9} = 50^{-1} = \frac{1}{50}$$

$$\frac{3^3 \times (3^2)^2}{(3^4)^7} = \frac{3^3 \times 3^4}{3^{28}}$$

$$\frac{3^7}{3^{28}} = 3^{-21} = \frac{1}{3^{21}}$$

$$\frac{2^4 \times (2^4)^2}{(2^3)^4} = \frac{2^4 \times 2^8}{2^{12}}$$

$$\frac{2^{12}}{2^{12}} = 2^0 = 1$$

$$\frac{(2^2)^3 \times (2^4)^2}{(2^6)^5} = \frac{2^6 \times 2^8}{2^{30}}$$

$$\frac{2^{14}}{2^{30}} = 2^{-16} = \frac{1}{2^{16}}$$

$$\frac{(5^2)^3 \times 5^2}{(5^3)^3} = \frac{5^6 \times 5^2}{5^9}$$

$$\frac{5^8}{5^9} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

Question 19

Utilisons Pythagore pour trouver l'arête du carré :

$d = diagonale$ et $a = arête$

$d^2 = a^2 + a^2$

$12^2 = 2a^2$

$\frac{144}{2} = \frac{2a^2}{2}$

$a^2 = 72 \rightarrow a = 6\sqrt{2} \approx 8,48528...$

Réponse : L'arête du carré est 6√2 cm ou 8,5 cm.

Question 20

Trouvons le rapport des aires :

$$k = \frac{4\sqrt{2}}{1,5\pi} \rightarrow k^2 = \left(\frac{4\sqrt{2}}{1,5\pi}\right)^2 = \frac{32}{2,25\pi^2} \approx \frac{1,44}{1}$$

Trouvons le rapport des volumes :

$$k^3 = \left(\frac{4\sqrt{2}}{1,5\pi}\right)^3 = \frac{181,02}{104,65} \approx \frac{1,73}{1}$$

Réponse : L'aire latérale du grand cylindre est 1,44 fois supérieure au petit cylindre et le volume du grand est 1,73 fois supérieur au petit.

Question 21

$$k = \frac{4\pi}{3\sqrt{2}} \rightarrow k^2 = \left(\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{16\pi^2}{18} \approx \frac{8,77}{1}$$

$$k^3 = \left(\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}\right)^3 \approx \frac{64\pi^3}{76,37} \approx \frac{25,98}{1}$$

Réponse : L'aire latérale totale du grand cylindre est 8,77 fois supérieure au petit cylindre et le volume du grand est 26 fois supérieur au petit.

Question 22

Réponse : 3,086 x 10^{16} m.

Question 23

Réponse : 1,5 x 10^{-7} m.

Question 24

300 000 km = 300 000 000 m

Combien de secondes dans un an :

1 an = 365 jours = 8 760 heures = 525 600 minutes = 31 536 000 secondes

$$\frac{300\ 000\ 000 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{x}{31\ 536\ 000 \text{ s}} \rightarrow x = 9,4608 \text{ x } 10^{15} \text{ mètres}$$

Réponse : La distance d'une année lumière est 9,4608 x 10^{15} m.

Question 25

Réponse : 0,00116

Question 26

Réponse : 2 760 000

Question 27

Trouvons la hauteur $\overline{AC}$ du parallélogramme :

$$A = b \times h$$

$$33\pi x^2 + 44\pi x = 2\pi x \cdot h$$

$$\frac{33\pi x^2}{2\pi x} + \frac{44\pi x}{2\pi x} = \frac{2\pi x \cdot h}{2\pi x} \rightarrow h = \frac{33}{2}x + 22$$

Calculons l'aire du triangle ABC :

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{x\left(\frac{33}{2}x + 22\right)}{2}$$

$$A = \frac{\frac{33}{2}x^2 + 22x}{2}$$

$$A = \frac{33}{4}x^2 + 11x$$

Réponse : L'aire du triangle *ABC* est $\frac{33}{4}x^2 + 11x$.

Question 28

$d = a = 2$

$r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

$V_{total} = 52\ 600 \text{ litres} = 52{,}6 \text{ m}^3$

$V_{2\,prismes} = 52{,}6 - 12{,}6 = 40 \text{ m}^3$

Trouvons la hauteur du ½ cylindre :

$V_{1/2cylindre} = \dfrac{1}{2} \cdot \pi r^2 h$

$12{,}6 = \dfrac{1}{2} \cdot \pi 1^2 h$

$12{,}6 \cdot 2 = \pi \cdot h$

$\dfrac{25{,}2}{\pi} = \dfrac{\pi \cdot h}{\pi} \rightarrow h = 8{,}0214... \approx 8 \text{ m}$

Trouvons le volume du grand prisme :

$V_g = A_{base} \cdot h$

$V_g = 2 \cdot 2 \cdot 8 = 32 \text{ m}^3$

Trouvons le volume du petit prisme :

$V_{petit\ prisme} = V_{2\,prismes} - V_{grand\ prisme}$

$V_p = 40 - 32 = 8 \text{ m}^3$

Trouvons maintenant le rapport des aires :

$k^3 = \dfrac{V_g}{V_p} = \dfrac{32}{8} = \dfrac{4}{1} \rightarrow k = \sqrt[3]{\dfrac{4}{1}} \approx \dfrac{1{,}6}{1} \approx \dfrac{8}{5}$

$k^2 = \left(\dfrac{8}{5}\right)^2 = \dfrac{64}{25}$

$k^2 = \dfrac{64}{25} = \dfrac{A_{\text{base grand}}}{A_{\text{base petit}}}$

$\dfrac{64}{25} = \dfrac{4}{A_{\text{base petit}}} \rightarrow A_{\text{base petit}} = \dfrac{4 \cdot 25}{64} = 1{,}5625 \text{ m}^2$

Réponse : L'aire de la base du petit prisme à base carré est d'environ 1,56 m².

Question 29

$$A_{\bigcirc} - A_{\triangle} = 2{,}15$$

$$\left(\frac{x^2}{2} + x + 1{,}64\right) - \left(\frac{(x+0{,}41)(x+0{,}41)}{2}\right) = 2{,}15$$

$$\left(\frac{x^2}{2} + x + 1{,}64\right) - \left(\frac{x^2 + 0{,}82x + 0{,}1681}{2}\right) = 2{,}15$$

$$\frac{x^2}{2} + x + 1{,}64 - \frac{x^2}{2} - 0{,}41x - 0{,}08405 = 2{,}15$$

$$0{,}59x + 1{,}55595 = 2{,}15$$

$$\frac{0{,}59x}{0{,}59} = \frac{0{,}59045}{0{,}59}$$

$$x = 1{,}0068\ldots \approx 1$$

Trouvons la mesure du segment AB avec le théorème de Pythagore :

$$\left(\overline{AB}\right)^2 = \left(\overline{AC}\right)^2 + \left(\overline{BC}\right)^2$$

$$\left(\overline{AB}\right)^2 = (1+0{,}41)^2 + (1+0{,}41)^2$$

$$\left(\overline{AB}\right)^2 = 1{,}9881 + 1{,}9881$$

$$\sqrt{\left(\overline{AB}\right)^2} = \sqrt{3{,}9762}$$

$$\overline{AB} = 1{,}9940\ldots \approx 2$$

Réponse : La longueur du segment *AB* est d'environ 2 cm.

Question 30

$$h_{petit} = \frac{1}{3}h_{grand} = \frac{1}{3}\cdot 9 = 3$$

$$h_{centre} = \frac{2}{3}h_{grand} = \frac{2}{3}\cdot 9 = 6$$

$$L_{grand} = L_{moyen} = L_{petit} = 9 \div 3 = 3$$

$$P_{grand} = P_{moyen} = P_{petit} = x$$

$$V_{total} = 135$$

Trouvons la profondeur x :

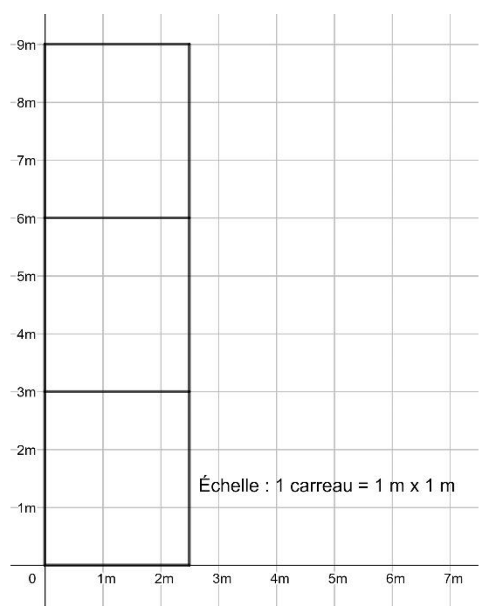
$$V_{total} = LhP_{grand} + LhP_{centre} + LhP_{petit}$$

$$135 = 9\cdot 3x + 6\cdot 3x + 3\cdot 3x$$

$$135 = 27x + 18x + 9x$$

$$\frac{135}{54} = \frac{54x}{54}$$

$$x = 2{,}5 \text{ m}$$



Question 31

Cherchons le périmètre du rectangle :

$$P = 2(2x + x) = 6x$$

Nous savons que le sommet du triangle blanc coupe la longueur du rectangle en deux parties égales, donc $L \div 2 = 2x \div 2 = x$. Nous pouvons alors calculer l'hypoténuse du triangle rectangle bleu : $h^2 = x^2 + x^2 \rightarrow h = \sqrt{2x^2} \rightarrow h = x\sqrt{2}$

Trouvons la valeur x :

$$P_{rect} - P_{\triangle} = 8,2$$
$$6x - \left(2x + x\sqrt{2} + x\sqrt{2}\right) = 8,2$$
$$6x - 2x - 2x\sqrt{2} = 8,2$$
$$4x - 2x\sqrt{2} = 8,2$$
$$\frac{x\left(4 - 2\sqrt{2}\right)}{\left(4 - 2\sqrt{2}\right)} = \frac{8,2}{\left(4 - 2\sqrt{2}\right)}$$
$$x = 6,9991... \approx 7$$

Trouvons maintenant l'aire de la partie foncée :

$$A = 2 \times \left(\frac{bh}{2}\right)$$
$$A = 2 \times \left(\frac{7 \times 7}{2}\right) = 49$$

Réponse : L'aire de la partie foncée est 49 cm².

Question 32

Trouvons le volume du cylindre :

$$V_{cyl} = \pi r^2 h$$
$$V_{cyl} = \pi \cdot 1^2 \cdot 2,5$$
$$V_{cyl} = 2,5\pi$$

Trouvons l'aire du prisme rectangulaire :

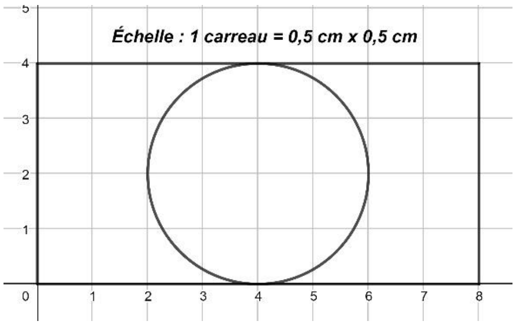
$$V_{total} = V_{cyl} + V_{prisme}$$
$$48 = 2,5\pi + V_{prisme}$$
$$V_{prisme} = 48 - 2,5\pi = 40,146... \approx 40$$

Maintenant, trouvons la hauteur et la largeur du prisme rectangulaire :

$$h = 2r = 2 \cdot 1 = 2$$

et

$$V = L \cdot l \cdot h$$
$$40 = 5 \cdot l \cdot 2$$
$$\frac{40}{10} = \frac{10l}{10}$$
$$l = 4$$



Question 33

$5^3 \div \left(5^2\right)^2$

$5^3 \div 5^4 = 5^{-1} = \dfrac{1}{5}$

$2^3 \div \left(2^3\right)^4$

$2^3 \div 2^{12} = 2^{-9} = \dfrac{1}{2^9}$

$7^{\frac{-9}{3}} = 7^{-3} = \dfrac{1}{7^3}$

$7^{\frac{-9}{3}} \times 7^{\frac{1}{2}}$

$7^{-3} \times 7^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{-5}{2}} = \dfrac{1}{7^{\frac{5}{2}}}$

$3^4 \times \left(3^3\right)^2$

$3^4 \times 3^6 = 3^{10}$

$5^4 \div \left(5^2\right)^2$

$5^4 \div 5^4 = 5^0 = 1$

$\dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{2} = 2^{\frac{-1}{2}} = \dfrac{1}{2^{\frac{1}{2}}}$

$\dfrac{2^2}{\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \dfrac{2^2}{8^1} = \dfrac{2^2}{2^3} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$

Question 34

$2x(2x+3)$

$4xy(3x+1)$

$3x^2(x-3)$

$10y(10xy+1)$

$5x(xy+5)$

$8xy(2xy+3)$

$7y(x-7)$

$11y^2(3x^5+4)$

Question 35

$d_{sphère} = d_{cylindre}$

$h_{cyl} = r_{sphère} = \frac{1}{2}d$

Trouvons le rayon :

$V_{total} = V_{sphère} + V_{cyl}$

$V_{total} = \frac{4\pi r^3}{3} + \pi r^2 r \ \ (r = hauteur)$

$1987 = \frac{4\pi r^3}{3} + \pi r^3$

$1987 = \frac{7\pi r^3}{3}$

$1987 \times 3 = 7\pi r^3$

$\frac{5961}{7\pi} = \frac{7\pi r^3}{7\pi}$

$271,0636 \approx r^3$

$r = \sqrt[3]{271,0636} \approx 6,5$

Nous pouvons maintenant calculer l'aire totale du solide :

$A_{totale} = A_{sphère} + A_{cyl}$

$A_{totale} = 4\pi r^2 + (2 \times \pi r^2 + 2\pi rr)$

$A_{totale} = 4\pi r^2 + (2 \times \pi r^2 + 2\pi r^2)$

$A_{totale} = 8\pi r^2 = 8\pi r^2 = 8\pi \cdot (6,5)^2 = 338\pi$

Réponse : La surface totale du solide est 338π cm² ou 1061,9 cm².

Question 36

Trouvons le volume de la petite sphère :

$$V_{petite} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 1^3}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

1) Trouvons le rayon de la grande sphère afin de calculer le volume de la grande sphère :

$$A_{grande} = 4\pi r^2$$
$$16\pi = 4\pi r^2$$
$$\frac{16\pi}{4\pi} = \frac{4\pi r^2}{4\pi}$$
$$r^2 = 4$$
$$r = 2$$
$$V_{grande} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32\pi}{3} \approx 33,5$$

$$A_{petite} = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 1^2 = 4\pi$$
$$k^2 = \frac{A_{petite}}{A_{grande}} = \frac{4\pi}{16\pi} = \frac{1}{4}$$
$$k = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$
$$k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$
$$\frac{1}{8} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{V_{grande}} \rightarrow V_{grande} = \frac{32\pi}{3} \approx 33,5$$

2) Trouvons le rapport des aires :

Réponse : Le volume de la grande sphère est 33,5 cm³.

Question 37

Trouvons la hauteur du petit cône :

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$
$$36\pi = \frac{\pi \cdot 3^2 h}{3}$$
$$36\pi \cdot 3 = 9\pi h$$
$$\frac{108\pi}{9\pi} = \frac{9\pi h}{9\pi}$$
$$h = 12$$

Calculons l'apothème du petit cône :

$$a^2 = r^2 + h^2$$
$$a^2 = 3^2 + 12^2$$
$$a = \sqrt{9+144} = \sqrt{153} \approx 12,4$$

Trouvons maintenant l'aire totale du petit cylindre :

$$A_{totale} = \pi r(r+a)$$
$$A_{totale} = \pi 3(3+12,4)$$
$$A_{totale} = \pi 3 \cdot 15,4 = 46,2\pi \approx 145$$

Trouvons finalement la hauteur du grand cône avec le rapport de similitude :

$$k^2 = \frac{A_{grand}}{A_{petit}} = \frac{231}{145}$$
$$k = \sqrt{\frac{231}{145}} = \frac{1,26}{1}$$
$$\frac{1,26}{1} = \frac{h}{12} \rightarrow h \approx 15$$

Réponse : la hauteur du grand cône est environ 15 cm.

Question 38

Convertissons les pieds en mètres :

$$1' = 12'' = 30,48 \text{ cm} = 0,3048 \text{ m}$$
$$3' = 0,9144 \text{ m}$$

Calculons le volume de la boîte :

$$V = Llh$$
$$V = 0,9144 \cdot 0,3048 \cdot 0,3048$$
$$V = 0,08495 \text{ m}^3$$

Convertissons en litre :

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$
$$0,08495 \text{ m}^3 = 84,95 \text{ L}$$

Réponse : Le volume de la boîte est environ 85 L.

Question 39

Boîte : $h = 4$ et $V = 16$

Petite sphère : $V = 2,8$

Rapports entre les deux sphères : $k^2 = \frac{A_{grande}}{A_{petite}} = \frac{1,3}{1} \to k = \sqrt{\frac{1,3}{1}} = \frac{1,14}{1} \to k^3 = \left(\frac{1,14}{1}\right)^3 = \frac{1,48}{1}$

La hauteur des 2 sphère doit être plus petite que la hauteur de la boîte.

Rayon de la petite sphère :

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$2,8 = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$\frac{2,8 \cdot 3}{4\pi} = \frac{4\pi r^3}{4\pi}$$
$$r^3 = 0,6684...$$
$$r = 0,8743... \approx 0,87$$

Son diamètre : $d = 2r = 2 \times 0,87 = 1,74$

Diamètre de la grande sphère :

$$k = \frac{1,14}{1} = \frac{d_{grande}}{1,74}$$
$$d_{grande} = 1,9836 \approx 1,98$$

Calculons la hauteur des 2 sphères qui est égale à la somme des diamètres :

$1,74 + 1,98 = 3,72$ dm

Hauteur des 2 sphères < hauteur de la boîte

$3,72 < 4$

Vérifions maintenant la largeur.

Trouvons la largeur de la boîte :

$$V = c^2 \cdot h$$
$$16 = c^2 \cdot 4$$
$$\frac{16}{4} = \frac{c^2 \cdot 4}{4}$$
$$c^2 = 4$$
$$c = 2$$

Le diamètre de la grande sphère < 2 côtés de la boîte

$1,98 < 2$

Réponse : Les deux sphères peuvent entrer dans la boîte, car la hauteur des deux sphères est plus petite que la hauteur de la boîte et la largeur de la grande sphère est plus petite que les deux côtés de la boîte.

Question 40

$$A_t = \frac{(2x-1)(x+1)}{2} = x^2 + 0{,}5x - 0{,}5$$

$$A_r = 2A_t$$

$$\frac{x}{2} \cdot 4x = 2(x^2 + 0{,}5x - 0{,}5) \quad \rightarrow \quad x = 1$$

On divise le triangle en deux et on calcule l'hypoténuse du triangle rectangle en remplaçant $x = 1$:

$$c = \sqrt{(1^2 + 1^2)} = 1{,}41 \text{ m}$$

Donc, le périmètre du triangle = $1{,}41 + 1{,}41 + 2 = 4{,}82$ m

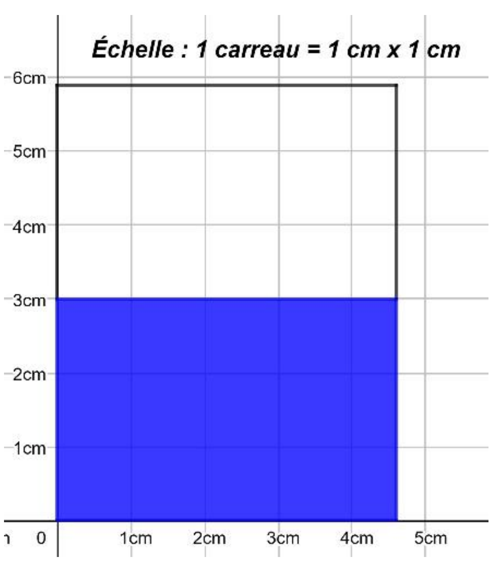
Question 41

Trouvons les côtés de la base carrée d'un prisme :

$$A = c^2$$
$$9 = c^2$$
$$c = 3$$

La profondeur du prisme à base triangulaire est de 6, car la profondeur des prismes à base carrée est de 2 fois un côté.

Calculons la hauteur des prismes :



$$V_{total} = V_{p.b.carrée} + V_{p.b.carrée} + V_{p.triangulaire}$$

$$V_{total} = c^2 \cdot h + c^2 \cdot h + \frac{b \cdot h_{\blacktriangle}}{2} \cdot h$$

$$123{,}9 = 3^2 \cdot h + 3^2 \cdot h + \frac{2{,}9 \cdot 6}{2} \cdot h$$

$$123{,}9 = 9h + 9h + 8{,}7h$$

$$123{,}9 = 26{,}7h$$

$$\frac{123{,}9}{26{,}7} = \frac{26{,}7h}{26{,}7}$$

$$h = 4{,}6404... \approx 4{,}6 \text{ cm}$$

Question 42

Convertissons la surface en cm^2 :

$$1 \text{ po} = 2,54 \text{ cm}$$
$$1 \text{ po}^2 = 6,4516 \text{ cm}^2$$
$$x \text{ po}^2 = 54 \text{ cm}^2$$
$$x \text{ po}^2 = \frac{54 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ po}^2}{6,4516 \text{ cm}^2} \approx 8,37 \text{ po}^2$$

Calculons le volume du bloc :

$$V = A_{surface} \times hauteur$$
$$V = 8,37 \text{ po}^2 \times 10 \text{ po}$$
$$V = 83,7 \text{ po}^3$$

Réponse : Le volume du bloc de béton est 83,7 pouces cubes.

Question 43

Calculons le volume du bloc :

$$V = A_{surface} \times hauteur$$
$$V = 54 \text{ po}^2 \times 10 \text{ po}$$
$$V = 540 \text{ po}^3$$

Question 44

Convertissons d'abord les mesures connues en centimètre :

$$1\text{ po} = 2,54\text{ cm}$$

$$1\text{ po}^2 = 6,4516\text{ cm}^2$$

$$25\text{ po}^2 = \frac{25\text{ po}^2 \times 6,4516\text{ cm}^2}{1\text{ po}^2} = 161,29\text{ cm}^2$$

$$8\text{ po} = \frac{8\text{ po} \times 2,54\text{ cm}}{1\text{ po}} = 20,32\text{ cm}$$

$$16\text{ po} = \frac{16\text{ po} \times 2,54\text{ cm}}{1\text{ po}} = 40,64\text{ cm}$$

Trouvons la mesure des parois :

$$Parois = \frac{L_{bloc} - 2\left(\sqrt{A_{trou}}\right)}{3}$$

$$Parois = \frac{40,64 - 2\left(\sqrt{161,29}\right)}{3} = \frac{40,64 - 25,4}{3} = \frac{15,24}{3} = 5,08\text{ cm}$$

Maintenant, calculons la largeur du bloc :

$$l = 2(parois) + \sqrt{A_{trou}} = 2(5,08) + \sqrt{161,29} = 10,16 + 12,7 = 22,86\text{ cm}$$

Nous pouvons maintenant calculer le volume :

$$V_{bloc} = V_{total} - 2(V_{trou})$$

$$V_{bloc} = Llh - 2(A_{trou}h)$$

$$V_{bloc} = 40,64 \times 22,86 \times 20,32 - 2(161,29 \times 20,32)$$

$$V_{bloc} = 18877,897728 - 2 \times 3277,4128$$

$$V_{bloc} = 18877,897728 - 6554,8256$$

$$V_{bloc} = 12323,072128\text{ cm}^3$$

Volume pour 300 blocs :

$$12323,072128\text{ cm}^3 \times 300 = 3\,696\,921,6384\text{ cm}^3$$

Convertissons en mètres cubes :

$$3\,696\,921,6384\text{ cm}^3 \div 1\,000\,000 = 3,696... \approx 3,7\text{m}^3$$

Réponse : Le volume de 300 blocs de béton est environ 3,7 m^3.

OU

Convertissons d'abord les mesures connues en mètre :

$1 \text{ po} = 0,0254 \text{ m}$

$1 \text{ po}^2 = 0,00064516 \text{ m}^2$

$$25 \text{ po}^2 = \frac{25 \text{ po}^2 \times 0,00064516 \text{ m}^2}{1 \text{ po}^2} = 0,016129 \text{ m}^2$$

$$8 \text{ po} = \frac{8 \text{ po} \times 0,0254 \text{ m}}{1 \text{ po}} = 0,2032 \text{ m}$$

$$16 \text{ po} = \frac{16 \text{ po} \times 0,0254 \text{ m}}{1 \text{ po}} = 0,4064 \text{ m}$$

Trouvons la mesure des parois :

$$Parois = \frac{L_{bloc} - 2\left(\sqrt{A_{trou}}\right)}{3}$$

$$Parois = \frac{0,4064 - 2\left(\sqrt{0,016129}\right)}{3} = \frac{0,4064 - 0,254}{3} = \frac{0,1524}{3} = 0,0508 \text{ m}$$

Maintenant, calculons la largeur du bloc :

$$l = 2(parois) + \sqrt{A_{trou}} = 2(0,0508) + \sqrt{0,016129} = 0,1016 + 0,127 = 0,2286 \text{ m}$$

Nous pouvons maintenant calculer le volume :

$V_{bloc} = V_{total} - 2(V_{trou})$

$V_{bloc} = Llh - 2(A_{trou}h)$

$V_{bloc} = 0,4064 \times 0,2286 \times 0,2032 - 2(0,016129 \times 0,2032)$

$V_{bloc} = 0,018877897 - 2 \times 0,003277412$

$V_{bloc} = 0,018877897 - 0,006554824$

$V_{bloc} = 0,012323073 \text{ m}^3$

Volume pour 300 blocs :

$0,012323073 \text{ m}^3 \times 300 = 3,696\,9219 \text{ m}^3 \approx 3,7 \text{ m}^3$

Réponse : Le volume de 300 blocs de béton est environ 3,7 m^3.

Question 45

Commençons par convertir les litres en mètres cubes :

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litres}$$

$$V = \frac{180000 \text{ litres} \times 1 \text{ m}^3}{1000 \text{ litres}} = 180 \text{ m}^3$$

Trouvons la profondeur en utilisant le volume du solide :

$$V = A_{base} \cdot p + A_{base} \cdot p$$

$$V = \frac{bh}{2} \cdot p + \frac{bh}{2} \cdot p$$

$$180 = \frac{8 \cdot 6}{2} \cdot p + \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot p$$

$$180 = 24p + 12p$$

$$180 = 36p$$

$$\frac{180}{36} = \frac{36p}{36}$$

$$p = 5 \text{ m}$$

Calculons l'hypoténuse du grand triangle et celui du petit :

Divisons la base du grand triangle en deux afin de faire un triangle rectangle

$$8 \div 2 = 4$$

$$h_{grand} = \sqrt{\left(4^2 + 6^2\right)} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ m}$$

Divisons la base du petit triangle en deux afin de faire un triangle rectangle

$$6 \div 2 = 3$$

$$h_{petit} = \sqrt{\left(3^2 + 4^2\right)} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Nous pouvons maintenant calculer l'aire de chaque surface pour trouver l'aire totale :

$$A_{totale_{grand}} = 2\left(A_{triangle}\right) + 2\left(A_{côté}\right) + A_{base}$$

$$A_{totale_{grand}} = 2\left(\frac{8 \times 6}{2}\right) + 2\left(5 \times 2\sqrt{13}\right) + 8 \times 5$$

$$A_{totale_{grand}} = 48 + 20\sqrt{13} + 40 = 160,111... \approx 160 \text{ m}^2$$

$$A_{totale_{petit}} = 2\left(A_{triangle}\right) + 2\left(A_{côté}\right) + A_{base}$$

$$A_{totale_{petit}} = 2\left(\frac{6 \times 4}{2}\right) + 2\left(5 \times 5\right) + 6 \times 5$$

$$A_{totale_{petit}} = 24 + 50 + 30 = 104 \text{ m}^2$$

$$A_{totale} = A_{totale_{grand}} + A_{totale_{petit}}$$

$$A_{totale} = 160 + 104 = 264 \text{ m}^2$$

Réponse : L'aire de la surface est environ 264 mètres carrés.